

Meddelelser fra

NORSK INSTITUTT FOR SKOGFORSKNING

Reports of The Norwegian Forest Research Institute

34.2

Bestandshøydekurver og nye
høydeklasser for gran

*Stand height curves and new tariff
tables for Norway spruce*

Andreas Fitje og
Egil Vestjordet

Ås - 1977

ISBN 82-7169-161-9

ISSN 0332-5709

Norsk institutt for skogforskning (NISK)

Norwegian Forest Research Institute
Direktør/Director: Toralf Austin, Box 61, 1432 Ås-NLH Norway

NISK-Ås, Box 61, 1432 Ås-NLH, Norway, Telf./Phone (02) 94 11 60

Administrasjon
Administration
Leder/head: Kontorsjef/Manager Tore Gaute Aas.

Skogøkologisk avdeling
Division of Forest Ecology
Leder/head: Professor, dr. Kristian Bjør

Avdeling for skogvern
Division of Forest Protection
a) Forstpatologi/Forest Pathology (02) 94 10 60
Leder/head: Forsker/Associate professor Kåre Venn
b) Forstzoologi/Forest Zoology
Leder/head: Forskningsjef/Professor, dr. Alf Bakke

Avdeling for gjenvækst
Division of Forest Regeneration
Leder/head: Professor, dr. Peder Braathe.

Avdeling for skogbehandling og skogproduksjon
Division of Forest Management and Yield Studies
Leder/head: Forsker/Associate professor Bjørn Tveite.

Avdeling for planteforedling
Division of Forest Genetics and Tree Breeding
Leder/head: Forskningsjef/Professor, dr. Jon Dietrichson

Skogteknologisk avdeling
Division of Wood Science and Wood Technology
Leder/head: Forsker/Associate professor Gunnar Wilhelmsen

Driftsteknisk avdeling
Division of Forest Operations and Techniques
Leder/head: Professor Ivar Samset

Landsskogtakseringen
The National Forest Survey
Leder/head: Forsker/Forest surveyor Torgeir Løvseth

NISK-Stend, 5047 Stend, Norway, Tel./Phone (05) 27 63 70
Leder/head: Forsker/Associate professor Asbjørn Løken

Skogbiologisk avdeling
Division of Forest Biology
Leder/head: Forsker/Associate professor Asbjørn Løken

Avdeling for skogproduksjon og skogbehandling
Division of Forest Yield Studies and Forest Management
Leder/head: Forskningsjef/Professor Eivind Bauger.

Meddelelser fra

NORSK INSTITUTT FOR SKOGFORSKNING

Reports of The Norwegian Forest Research Institute

34.2

Bestandshøydekurver og nye høydeklasser for gran

*Stand height curves and new tariff
tables for Norway spruce*

Andreas Fitje og
Egil Vestjordet

Ås - 1977

Abstract

Fitje, A. og Vestjordet, E. 1977: Bestandshøydekurver og nye høydeklasser for gran. (Stand height curves and new tariff tables for Norway spruce.) Meddr norsk inst. skogforsk. 34: 23—68.

Based on data from 535 plots in older spruce stands in Southeast and Mid-Norway, two sets of height curves for spruce are constructed. In the original set of curves, the level of the individual height curves is given by the tree height at diameter breast height of 25 cm. New tariff tables for spruce with corresponding height curves are also prepared. These tariff tables are constructed to make merchantable volume with bark for a certain tariff number equal to the tariff number multiplied by the merchantable volume of tariff number 1.0 for the same diameter.

Key words: height curves, tariff tables.

Utdrag

Fitje, A. og Vestjordet, E. 1977: Bestandshøydekurver og nye høydeklasser for gran. (Stand height curves and new tariff tables for Norway spruce.) Meddr norsk inst. skogforsk. 34: 23—68.

På grunnlag av materiale fra 535 felt i eldre granbestand i Sør-Norge, Trøndelag og Helgeland er det laget to sett av høydekurver for gran. I det opprinnelige kurvesettet er de enkelte høydekurvenes nivå angitt ved trehøyden for brysthøydediameter 25 cm. Det er også laget nye høydeklasser for gran med tilhørende høydekurver. Disse høydeklassene er konstruert på en slik måte at nyttbart volum med bark for en bestemt høydeklasse er lik høydeklassen multiplisert med nyttbart volum i høydeklasse 1.0 for samme diameter.

Nøkkelord: høydekurver, høydeklasser.

Bakgrunnen
kurver for gran
derfor ønskelig

Materialet for
velvillig bistand
ale fra bl. a. fle
målingsforening
brukt en del ma
handling og sko
og Institutt for

Beregningsa
industrienes Fo

Professor Sve
lest gjennom m
gjennomgått de
Brekka.

Arbeidet er i
Han har også sk
konsulent. Det
fatterne på alle

Vi vil hermed

*Andreas Fitje
Institutt for skog
Norges Landbru
1432 Ås-NLH*

Forord

Bakgrunnen for at dette arbeidet ble tatt opp, var at Vigerusts høydekurver for gran syntes å passe mindre godt i dagens granbestand. Det var derfor ønskelig å få laget nye høydekurver som var enkle å bruke.

Materialet for undersøkelsen er samlet inn fra ulike hold, bl. a. med velvillig bistand fra Skogbrukets Arbeidsgiverforening. Vi har fått materiale fra bl. a. flere skogeiere, almenninger, skogeierforeninger, tømmermålingsforeninger, skogforvaltninger og herredskogmestere. Videre er brukt en del materiale fra Driftsteknisk avdeling og Avdeling for skogbehandling og skogproduksjon ved NISK, og fra Institutt for skogøkonomi og Institutt for skogtaksasjon ved NLH.

Beregningsarbeidet er finansiert med midler fra Skogbrukets og Skogindustrienes Forskningsråd.

Professor Sveinung Nersten og førsteamanuensis Kåre Hobbelstad har lest gjennom manuskriptet og gitt gode råd. Lektor Asgjerd Taksdal har gjennomgått de engelske tekstene. Figurene er tegnet av fagassistent Arne Brekka.

Arbeidet er i det vesentligste planlagt og gjennomført av Andreas Fitje. Han har også skrevet manuskriptet. Egil Vestjordet har vært rådgivende konsulent. Det har vært nær kontakt og godt samarbeid mellom forfatterne på alle trinn i arbeidet.

Vi vil hermed overbringe vår beste takk til alle som har hjulpet oss.

Ås-NLH, oktober 1977

*Andreas Fitje
Institutt for skogtaksasjon
Norges Landbrukshøgskole
1432 Ås-NLH*

*Egil Vestjordet
NISK-Ås
1432 Ås-NLH*

Innhold

Symboler	27
I. Innledning og problemstilling	28
II. Materialet	29
A. Opprinnelse og innsamling	29
B. Fordeling	30
III. Valg av beregningsmåte	34
A. Valg av høydefunksjon for enkeltfelt	35
B. Betydning av utvelgingsmetode for prøvetrær	36
C. Beregningsmetodikk	37
IV. Resultater	37
A. Benyttede variabler og beregnede regresjonsfunksjoner	37
B. Justert funksjon og tabell basert på høydenivå	38
C. Forsøk med relative høyder	40
V. Kontroll av høydekurvene basert på høydenivå	41
A. Kontrollmetodikk	41
B. Kontroll mot hele grunnmaterialet	42
C. Kontroll mot diverse grupperinger av grunnmaterialet	43
1. Landsdeler	43
2. Bonitet	44
3. Høyde over havet	44
4. Middeldiameter	45
5. Forsøksfelt fra NISK	45
6. Blinkelister	45
7. Konklusjon	47
D. Kontroll mot noen enkeltfelt i eldre bestand	47
E. Kontroll mot noen tynningsfelt	47
VI. Høydekurver for nye høydeklasser	48
A. Beregning av høydekurvene	48
B. Beregning av høydeklassen for et felt	49
C. Kontroll av de nye høydeklassekurvene	54
VII. Sammenligning med andre høydekurver	56
VIII. Bruk av de nye høydekurvene	59
A. Generelt	59
B. Bruk av kurvene basert på høydenivå	60
C. Bruk av de nye høydeklassekurvene	61
IX. Sammendrag	62
Stand height curves and new tariff tables for Norway spruce	63
Litteratur	68

a

b, b₁,

d

d̄

d_g

Dif

g

h

h_Lh_{niv}h₂₅

Hkl

m

n

R

s

t

vn

vn_{1.0}

Symboler — Symbols

	a	Regresjonskonstant <i>Regression constant</i>
	b, b ₁ , b ₂	Regresjonskoeffisienter <i>Regression coefficients</i>
	d	Brysthøydediameter med bark (cm) <i>Diameter breast height over bark (cm)</i>
	\bar{d}	Aritmetisk middeldiameter for et felt (cm) <i>Arithmetic mean diameter of a plot (cm)</i>
	d _g	Grunnflatemiddeldiameter (cm) <i>Diameter of mean basal area tree (cm)</i>
..... 27	Dif	Treets virkelige høyde minus høyden for treets diameter etter feltets høydekurve i høydekurvesett (dm) <i>Real height of the tree minus the height for the diameter of the tree according to the height curve of the plot from the set of height curves (dm)</i>
..... 28		
..... 29		
..... 29		
..... 30		
..... 34		
..... 35	g	Treets grunnflate <i>Basal area of the tree</i>
..... 36		
..... 37	h	Trehøyde (m) <i>Tree height (m)</i>
..... 37		
..... 37	h _L	Grunnflateveid (Loreys) middelhøyde (m) <i>Mean height by Lorey's formula (m)</i>
..... 38		
..... 40	h _{niv}	Høydekurvens nivå ved d = 25 cm etter funksjon (4) eller (7) (m) <i>Level of height curve at d = 25 cm from function (4) or (7) (m)</i>
..... 41		
..... 41	h ₂₅	Trehøyde ved d = 25 cm etter feltets høydefunksjon h = a + b log d (m) <i>Tree height at d = 25 cm from the height function, h = a + b log d, of the plot (m)</i>
..... 42		
..... 43		
..... 43	Hkl	Høydeklasse <i>Tariff number</i>
..... 44		
..... 44	m	EkspONENT (2 eller 3) <i>Exponent (2 or 3)</i>
..... 45		
..... 45	n	Antall trær <i>Number of trees</i>
..... 45		
..... 47	R	Multipel korrelasjonskoeffisient <i>Coefficient of multiple correlation</i>
..... 47		
..... 47	s	Residualspredning <i>Standard deviation of residuals</i>
..... 48		
..... 48	t	Toppens volum med bark (dm ³) <i>Volum of top section over bark (dm³)</i>
..... 49		
..... 54	vn	Nyttbart volum med bark (dm ³) <i>Merchantable volume over bark (dm³)</i>
..... 56		
..... 59	vn _{1.0}	Nyttbart volum med bark for den nye høydeklasse 1.0 (dm ³) <i>Merchantable volume over bark for the new tariff number 1.0 (dm³)</i>
..... 59		
..... 60		
..... 61		
..... 62		
..... 63		
..... 68		

I. Innledning og problemstilling

Vigerusts høydekurver har i mange år vært ganske mye brukt som bestandshøydekurver, både i forbindelse med kubering og som beskrivelse av bestand. Vigerusts høydeklasser er f. eks. en viktig faktor ved avlønning av skogsarbeid etter overenskomst mellom Skogbrukets Arbeidsgiverforening og Norsk Skog- og Landarbeiderforbund.

Fra praktisk skogbrukshold er det ofte blitt klaget over at Vigerusts høydekurver for gran ikke stemmer overens med de faktiske høydekurvene i mange bestand. I en hovedoppgave i skogtaksasjon ved Norges landbrukshøgskole (*Dalfelt* 1972, referat i *Institutt for skogtaksasjons årsmelding* 1973), ble det også funnet at de aktuelle høydekurvene i eldre granbestand ofte er brattere enn Vigerusts høydekurver.

Vigerusts høydekurver er publisert av bl. a. *Bækken* (1932), og er beskrevet flere steder, bl. a. av *Vestjordet* (1968). Høydekurvene ble beregnet ut fra en felles høydekurve for gran og furu for høydeklasse 1.0. Denne felles høydekurven representerer (ifølge *Samset* 1950) gjennomsnittshøyde av gran på produktiv skogmark i hele landet unntatt Vest-Agder og Vestland fylkene, etter Landsskogtakseringen 1919—30. Høydekurvene for høydeklassene 0.8—1.2—1.4 og 1.6 ble laget slik at volumtallene i den enkelte høydeklasse ble lik volumtallene i høydeklasse 1.0 multiplisert med høydeklassen.

Begrepet *relativ høyde* ble lansert av *Samset* (1950), og ble fulgt opp med tabeller over nyttbart volum av *Vestjordet* (1968). Relativ høyde er definert som forholdet mellom treets målte høyde og høyden ved samme diameter etter høydekurven for Vigerusts høydeklasse 1.0. Såvidt en vet er det ikke vist at relative høyder gir bedre tilpassede bestandshøydekurver enn Vigerusts høydekurver. Relative høyder synes å være lite brukt i praksis.

Vestjordet (1972) har utarbeidet høydekurver for ensaldrede granbestand, basert på materiale fra Norsk institutt for Skogforskning (NISK). Disse høydekurvene var et ledd i arbeidet med nye produksjonstabeller for gran. Det er i alt 6 ulike kurvesett. For hver av gruppene tynningsuttak og bestand etter tynning finnes funksjoner og tabeller for naturskog i Sør-Norge, naturskog i Trøndelag og Helgeland og for plantninger. Innganger er grunnflatemiddelstammens diameter og grunnflateveid middelhøyde. Tabellene og funksjonene gir høyder ved ulike diametre i prosent av middelhøyden. De er sannsynligvis for kompliserte til å få stor praktisk anvendelse.

For praktisk bruk er det ønskelig å kunne finne bestandets høydekurve ut fra relativt få høydemålinger, og fortrinnsvis uten andre størrelser enn diameter og høyde som inngang. Formålet med denne undersøkelsen er å utarbeide et slikt sett av bestandshøydekurver for eldre granbestand. Bestandsbegrepet er her brukt forholdsvis vidt, og det inngår en god del uensaldrede og uensartede bestand i materialet.

Unders
og Helgela

Materie
krevende
skogtaks
foreninger
eksisterer
med bark
stand. Di
hvert enke
det var m
over have

Ved de
meste fra
feltene ha
Om lag ha
inn på de

Det er
handling
Fra Drifts
de siste h

Endelig
taksasjon
materiale
senere år,
også noe r
trær er m

Materie
til uensart
å utarbeid
det som e
mest bruk
fordel at e
salg.

På ove
vanlige hø
synligvis i
Fitje 1967,
feilene sve
høydemål
lig å anta

Diame
diameterk
betydning

II. Materialet

A. Opprinnelse og innsamling

Undersøkelsen omfatter bestand fra Østlandet, Sørlandet, Trøndelag og Helgeland.

Materialet er samlet inn fra forskjellige hold. For å unngå en tidkrevende og kostbar datainnsamling ble det sendt et skriv fra Institutt for skogtaksasjon, NLH, til en rekke skogeiere, organisasjoner, institusjoner, foreninger og offentlige etater med anmodning om å få låne og bruke eksisterende materiale. Det måtte bestå av målte brysthøydiameterer med bark og trehøyder for minst 25 prøvetrær av ett treslag i hvert bestand. Diameter (eller diameterklasse) og høyde måtte være angitt for hvert enkelt prøvetre. Bestandene kunne gjerne være noe uensartede. Der det var mulig, ba en også om å få oppgitt geografisk beliggenhet, høyde over havet og bonitet.

Ved denne innsamlingen fikk en inn et ganske stort materiale, det meste fra høydemålinger på prøvetrær ved blinking og/eller rotsalg. Da feltene hadde en noe ujevn geografisk fordeling, kunne ikke alle brukes. Om lag halvparten av de feltene som er brukt ved beregningene, er samlet inn på denne måten.

Det er videre benyttet data fra 47 forsøksfelt ved Avdeling for skogbehandling og skogproduksjon ved NISK. 9 av disse feltene er bledningsfelt. Fra Driftsteknisk avdeling ved NISK er brukt materiale fra 32 forsøksfelt i de siste hogstundersøkelsene (*Samset, Strømnes & Vik 1969*).

Endelig er brukt en del materiale som foreligger ved Institutt for skogtaksasjon og Institutt for skogøkonomi ved NLH. Dette dreier seg bl. a. om materiale brukt ved ulike tømmermålings- og kuberingsundersøkelser i de senere år, der trær er oppmålt på felt i sammenheng med avvirkning. Det er også noe materiale fra ulike takstundersøkelser, der relativt mange prøvetrær er målt i hvert bestand.

Materialet er altså heterogent, fra ensartede og ensaldrede forsøksfelt til uensartede og uensaldrede bestand. Da formålet med undersøkelsen er å utarbeide bestandshøydekurver for vanlige, eldre granbestand, anses det som en fordel å bruke et slikt materiale. Høydekurvene ventes å bli mest brukt ved oppgjør for skogsarbeid. Derfor regnes det også som en fordel at en stor del av materialet er prøvetrær ved blinking og/eller rotsalg.

På over halvparten av feltene er trehøydene målt på stående trær med vanlige høydemålingsinstrumenter som holdes i handa. En må da sannsynligvis regne med en tilfeldig målefeil på omkring 0.5—1.5 m (se f. eks. *Fitje 1967*). Dessuten kan det være systematiske feil på en del felt. Disse feilene svekker materialet noe. Men da en har relativt mange felt, og da høydemålingene er foretatt av mange forskjellige personer, anses det rimelig å anta at disse feilene stort sett vil oppveie hverandre.

Diameterne i brysthøyde er oftest målt i hele centimeter, eller i 2 cm diameterklasser. Avrundingen av diameterne har neppe noen praktisk betydning for resultatene.

Utvelgingsmåten for de høydemålte prøvetrærne varierer en del, og for mange felt er utvelgingsmåten ikke kjent. På noen felt er alle trær høydemålt. Enkelte steder er prøvetrærne tatt ut med samme prøvetrekvotient på alle diametertrinn. Oftere er nok prøvetrærne tatt ut på en slik måte at relativ frekvens av prøvetrærne på en eller annen måte øker med brysthøydediameteren. Dette gjelder en del bestand der prøvetrærne er tatt ut etter Landbruksdepartementets bestemmelser om måling av skogsvirke som selges på rot (*Landbruksdepartementet* 1970). Andre prøvetrekvotienter er også brukt. Betydningen av utvelgingsmåten for prøvetrær blir nærmere omtalt i kap. III B.

Opprinnelig varierte antall høydemålte trær fra 25 til ca. 1 000 pr. felt. Med den valgte beregningsmåte (se kap. III C), med enkelttrær som gjentak, ville felt med mange trær dominere resultatene. Vekter kunne brukes (veiting med det inverse treantall). Isteden ble det foretatt en reduksjon på trerike felt, slik at det er igjen fra 25 til ca. 60 prøvetrær pr. felt for de anvendte feltene (gjennomsnitt 44 trær pr. felt). Disse prøvetrær ble tatt ut systematisk. Enkeltfeltene inngår dermed fremdeles med noe forskjellig vekt, men i betydelig mindre grad enn uten en slik reduksjon.

I alt er det anvendt 535 felt med tilsammen 23 298 prøvetrær.

B. Fordeling

I det opprinnelige materialet var enkelte områder for sterkt representert. Ved en utvelging av felt til endelig bruk ble det lagt vekt på å få en så god fordeling som mulig, både geografisk, etter høyde over havet og etter bonitet. Landsskogtakseringens tall, dels for volum og dels for areal av gran, ble brukt som målestokk. Det ble også prøvd å få med flest mulig felt der høydeklassen var spesielt stor eller liten, slik at det fortrinnsvis ble vraket felt med høyder som lå sentralt i materialet. Det viste seg at en likevel fikk rikelig materiale her.

Feltenes fordeling på fylker er vist i tab. 1. Som sammenligning er tatt med prosentisk fordeling av granas volum etter Landsskogtakseringens fylkesvise takseringer i årene 1952—64. Tabellen viser en ganske god fylkesvis fordeling av feltene.

For 448 av de 535 feltene er boniteten angitt. Bonitetsklassene Høy, Middels og Lav er brukt. Middels bonitet antas å falle noenlunde sammen med Landsskogtakseringens bonitet 3. Sammenligningen av feltenes fordeling med granvolumets fordeling på boniteter etter *Landsskogtakseringen* (1970) i fig. 1 tyder på at lav bonitet er litt underrepresentert i materialet fra alle landsdelene. Bonitetsangivelsen for mange felt må imidlertid antas å være ganske skjønnsmessig, så det bør neppe legges for stor vekt på dette forholdet. Feltenes bonitetsfordeling må totalt sett sies å være god.

I fig. 2 er den prosentiske fordeling av areal granskog tegnet opp sammen med den prosentiske fordeling av feltene på høydelag innén områdene Østlandet, Sørlandet med Telemark og Nordafjells. Høydelag er angitt for 481 av de 535 feltene.

Tab.

F
C

Østf

Aker:

Hedm

Oppl.

Busk

Vest:

Tele

Agde:

Sør-

Nord:

Helg

Sum

F

mot

gran

lag, v

pr. h

høy

F

som

funk

H

enke

arit

trær

viser

Tab. 1. Fordeling av feltene og av granskogens volum på fylker.

Distribution of the plots and of the volume of the spruce forest on counties.

Fylke <i>County</i>	Antall felt <i>Number of plots</i>	Prosentisk fordeling <i>Distribution in percent</i>	
		Antall felt <i>Number of plots</i>	Volum av gran <i>Volume of spruce</i>
Østfold	8	2	5
Akershus - Oslo	55	10	10
Hedmark	156	29	22
Oppland	59	11	15
Buskerud	25	5	12
Vestfold	31	6	3
Telemark	67	12	10
Agder	29	5	3
Sør-Trøndelag	7	1	5
Nord-Trøndelag	90	17	12
Helgeland	8	2	3
Sum	535	100	100

Figuren viser at for alle områder er fordelingen av feltene forskjøvet litt mot lavere høydelag sammenlignet med granarealets fordeling. Dersom granvolumet var brukt istedenfor granarealet som sammenligningsgrunnlag, ville sannsynligvis fordelingene ha stemt noe bedre overens, da volum pr. hektar avtar noe med økende høyde over havet. Feltenes fordeling på høydelag anses fullt tilfredsstillende.

For hvert felt er beregnet aritmetisk middeldiameter \bar{d} av de trærne som er tatt med i beregningene. Videre er beregnet en høydekurve etter funksjonen:

$$h = a + b \log d \quad (1)$$

Høyden for $d = 25$ cm er så beregnet etter høydefunksjon (1) for hvert enkelt felt. Denne høyden er kalt h_{25} . Tab. 2 viser *feltenes* fordeling etter aritmetisk middeldiameter av prøvetrær og h_{25} , og tab. 3 viser *enkelttrærnes* fordeling på diametertrinn innen klasser av feltenes h_{25} . Tabellene viser at materialet har ganske god variasjonsbredde.

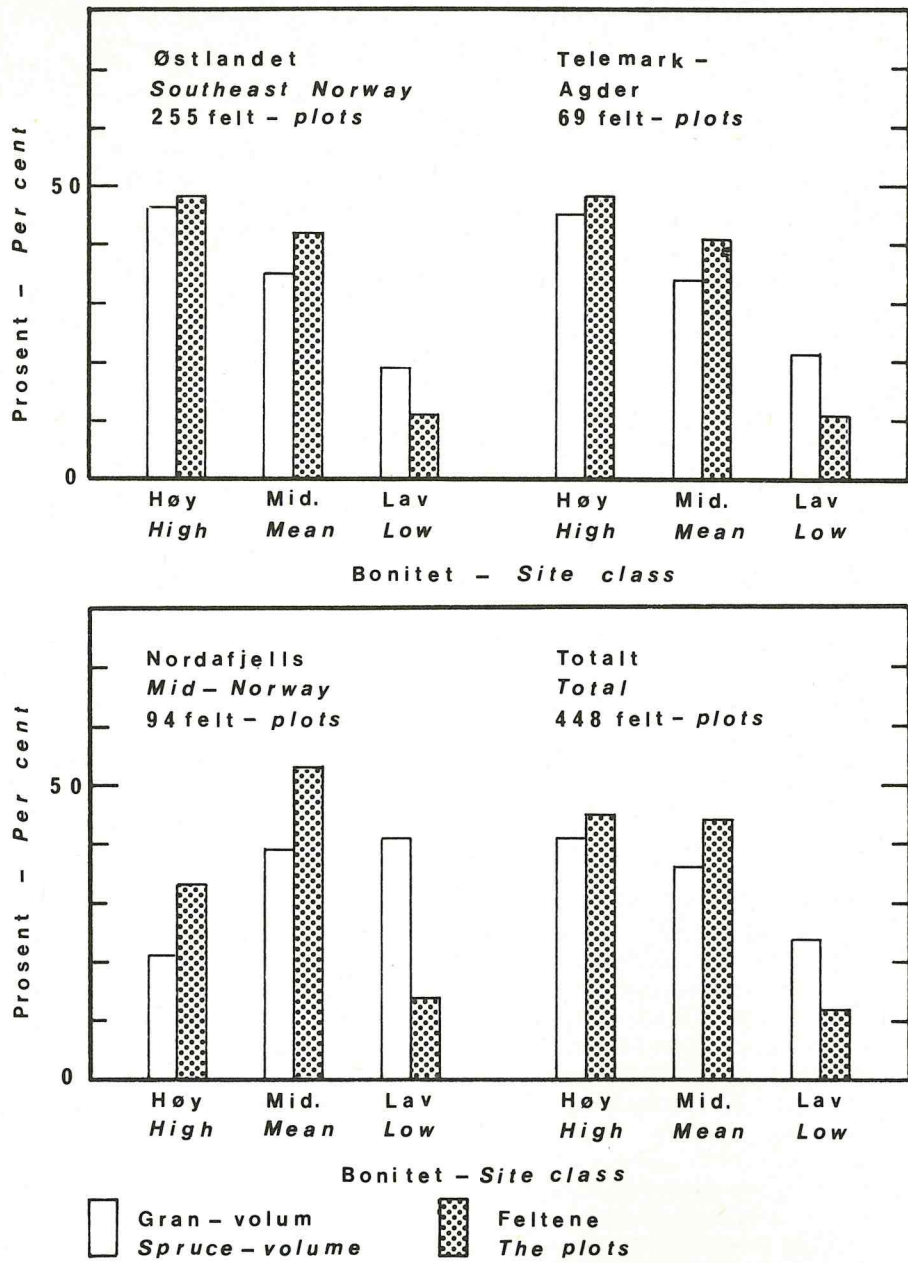


Fig. 1. Prosentisk fordeling av feltene og av granskogens volum (etter LANDSSKOGTAKSERINGEN 1970) på boniteter innen landsdeler.
 Distribution in per cent of the plots and of the volume of spruce forest (from LANDSSKOGTAKSERINGEN 1970) on site classes within parts of the country.

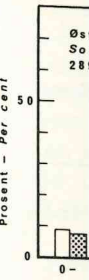


Fig. 2. P
D
p

Tab. 2

h ₂₅
m
<13.
13.0-1
15.0-1
17.0-1
19.0-2
21.0-2
23.0-2
25.0-2
Total

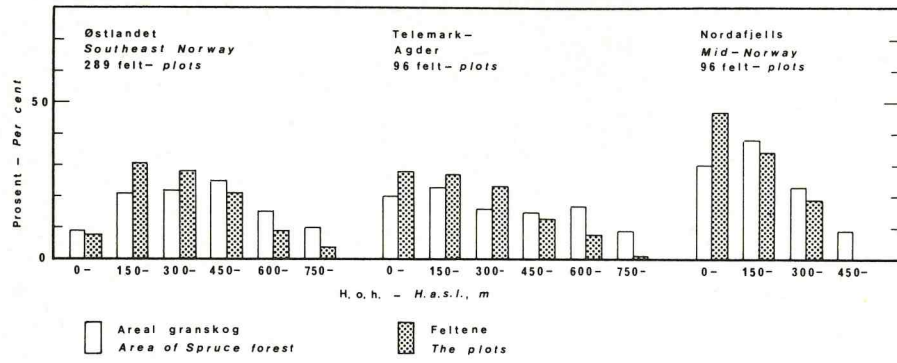


Fig. 2. Prosentisk fordeling av feltene og av granskogens areal på høydelag innen landsdeler. Distribution in per cent of the plots and of the area of spruce forest at altitudes within parts of the country.

Tab. 2. Feltenes fordeling på middeldiameter, \bar{d} og h_{25} (etter feltets høydefunksjon $h = a + b \log d$).

Distribution of the plots according to mean diameter, \bar{d} , and h_{25} (from the height function $h = a + b \log d$ of the plot).

h_{25} m	\bar{d} , cm					Total
	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	
<13.0	-	4	2	-	-	6
13.0-14.9	2	10	9	1	-	22
15.0-16.9	6	29	30	7	-	72
17.0-18.9	6	59	71	12	2	150
19.0-20.9	10	60	74	19	-	163
21.0-22.9	-	30	45	14	2	91
23.0-24.9	-	5	15	5	1	26
25.0-26.9	-	-	2	1	2	5
Total	24	197	248	59	7	535

IDSSKOGTAK-

it (from LANDS-

Tab. 3. Trærnes fordeling på diameter og h_{25} (etter feltets høydefunksjon $h = a + b \log d$).

Distribution of the trees on diameters and h_{25} (from the height function $h = a + b \log d$ of the plot)

h_{25} m	d, cm					Total
	8-17	18-27	28-37	38-47	≥48	
<13.0	45	105	42	4	-	196
13.0-14.9	225	480	251	42	3	1001
15.0-16.9	759	1399	789	203	7	3157
17.0-18.9	1396	2929	1709	431	49	6514
19.0-20.9	1441	3100	1972	457	79	7049
21.0-22.9	547	1853	1269	294	26	3989
23.0-24.9	100	494	467	84	7	1152
25.0-26.9	4	66	124	36	10	240
Total	4517	10426	6623	1551	181	23298

III. Valg av beregningsmåte

Som nevnt foran ble det tatt sikte på å lage et sett av høydekurver. Det ble ansett ønskelig å kunne uttrykke hele høydekurvesettet i en regresjonsfunksjon. Flere beregningsmåter kunne være aktuelle for å komme fram til et slikt høydekurvesett.

For det enkelte felt måtte det finnes en variabel (eller variabelkombinasjon) som kunne gi uttrykk for nivået av feltets høydekurve. Siden utvelgingsmåten for prøvetrærne delvis var ukjent, var valgmulighetene her begrenset. Grunnflateveid middelhøyde kunne f. eks. ikke brukes av denne grunn.

Som indikator på høydekurvenes nivå på det enkelte felt ble valgt trehøyden for trær med $d = 25$ cm. Denne diameter ligger sentralt i materialet (aritmetisk middeldiameter i hele materialet er 25.3 cm), og på nesten alle felt fantes trær med diameter omkring 25 cm. Ved denne diameter er det derfor sannsynlig at høyden gjennomgående kan bestemmes sikrere enn for andre diametre.

Høyden ved diameter 25 cm for det enkelte felt ble estimert ved hjelp av funksjon (1).

D
høyde
Strat
H
for s
dette
som
cm.
S
ning
type
høyde
h = :
h = :
h =

M
Både
F
diam
ca. 10
sløyf
V
m =
P
med
med
B
sjone
både
dette
funkt
R
funkt
svær
A
re å
bereg
høyde

A. Valg av høydefunksjon for enkeltfelt

Det er lansert en rekke forskjellige funksjonstyper for å beskrive høydekurven. Oversikter over de viktigste funksjonene finnes f. eks. hos *Strand* (1959), *Curtis* (1967) og *Schmidt* (1967).

Her var det ønskelig å beregne en høydefunksjon for hvert enkelt felt for så å bruke den til å beregne høyde ved diameter 25 cm på feltet. For dette formål er det tilstrekkelig å bruke en relativt enkel høydefunksjon som gir god tilpasning til materialet, og spesielt ved diameter omkring 25 cm.

Som grunnlag for valg av høydefunksjon ble det foretatt prøveberegninger for tre funksjonstyper på et utvalg av feltene. Disse funksjonstypene ble delvis valgt ut fra de erfaringer som ble gjort ved utarbeidelse av høydekurver for ensaldrede granbestand (*Vestjordet* 1972):

$$h = a + b \log d \quad (\text{Henriksen 1950}) \quad (1)$$

$$h = a + b_1 d + b_2 d^2 \quad (\text{Näslund 1929}) \quad (2)$$

$$h = \left[\frac{d}{a + b_1 d} \right]^m + 1.3 \quad (\text{Näslund 1936}) \quad (3)$$

Näslund (1936) brukte funksjon (3) med eksponenten $m = 2$ på furu. Både *Pettersen* (1955) og *Vestjordet* (1972) fant at $m = 3$ passet best for gran.

Funksjon (3) gir $h = 1.3$ m for $d = 0$, og får derfor et logisk forløp for små diametre. Da en i dette arbeid ønsket å lage høydekurver for diametre over ca. 10 cm, kunne funksjonsforløpet kanskje bli like godt om leddet 1.3 ble sløyfet, slik at funksjonen gikk gjennom origo.

Ved prøveberegningene ble funksjonstype (3) brukt både med $m = 2$ og $m = 3$, med og uten leddet 1.3.

Prøveberegningene etter funksjonene (1) og (3) ble foretatt på 51 felt med tilsammen 1 626 trær, og funksjon (2) ble prøvd på 31 av disse feltene med 947 trær.

Beregningene viste forholdsvis små forskjeller mellom de ulike funksjonene. Funksjonstype (3) ga en underestimert høyde på ca. 1 dm, både med $m = 2$ og $m = 3$, og også når leddet 1.3 ble sløyfet. (Grunnen til dette er trolig transformeringen som er nødvendig ved bruk av denne funksjonen.) Funksjonene (1) og (2) ga ingen systematiske avvik.

Residualspredningen var minst for funksjon (1) (1.55 m) og størst for funksjonstype (3) (1.57 til 1.59 m), men forskjellene mellom funksjonene var svært små og ikke signifikante.

Av funksjonene er logaritmefunksjonen (1) betydelig enklere og billigere å bruke enn de øvrige funksjonene. Da denne funksjonen ved prøveberegningene viste seg minst like god som de øvrige, er den brukt som høydefunksjon for enkeltfeltene i dette arbeid.

:ltets

; (from the

Total
196
1001
3157
6514
7049
3989
1152
240
23298

kurver. Det
i en regre-
r å komme

elkombina-
. Siden ut-
ghetene her
kes av den-

t ble valgt
alt i materi-
g på nesten
diameter er
nes sikrere

ved hjelp av

B. Betydning av utvelgingsmetode for prøvetrær

Høydekurven for et bestand beregnes vanligvis ut fra et sampel av prøvetrær. Utvelgingsmetoden for prøvetrærne i samplet kan da ha betydning for hvilken høydekurve en kommer fram til. Når høydekurven beregnes etter funksjon (1), bygger det på forutsetningen at det er en lineær sammenheng mellom $\log d$ og h . Hvis denne sammenhengen ikke er lineær, kan fordelingene av prøvetrærne over diameterskalaen virke inn på den estimerte regresjonsfunksjonen.

For å få litt mer rede på hvor mye utvelgingsmetoden for prøvetrærne betyr for høydekurven, ble det utført en prøveberegning på 89 felt med tilsammen 10 312 trær. Denne prøveberegningen foregikk før utvelgingen av trær som ble brukt ved de endelige beregningene.

På om lag halvparten av disse feltene var prøvetrærne tatt ut etter Landbruksdepartementets bestemmelser om måling av skogsvirke som selges på rot (*Landbruksdepartementet* 1970). Det svarer tilnærmet til at prøvetrærne er tatt ut proporsjonalt med grunnflaten. På resten av feltene er prøvetrærne tatt ut etter tilsvarende system, men med litt andre prøvetrekvotienter.

På disse feltene ble den logaritmiske høydekurven (funksjon 1) beregnet på to måter:

- direkte på vanlig måte ut fra prøvetrærne,
- ved veid beregning, der hvert prøvetre ble gitt en vekt som var omvendt proporsjonal med sannsynligheten for at treet skulle bli prøvetre (d.v.s. stor vekt for små diametre, mindre vekt for store diametre). Denne beregningen vil tilnærmet svare til at prøvetrærne var tatt ut med samme sannsynlighet i alle diameterklasser.

Beregningsmåte a) ga i gjennomsnitt litt flatere høydekurver enn b). Gjennomsnittlig regresjonskoeffisient var henholdsvis 25.54 og 26.31. Forskjellen er signifikant på 1 % nivået. Når prøvetreutvalget i et bestand forskyves mot større diametre, ser det altså ut til at høydekurven etter funksjon (1) blir litt flatere. Dette tyder på at sammenhengen mellom $\log d$ og høyde trolig er svakt krumlinjet. Følgende oppstilling viser imidlertid at selv om forskjellene i høyde mellom de to beregningsmåtene a) og b) er klare, er de så små at de neppe har praktisk betydning:

Diameter cm	Middel av differanse i høyde a) — b) dm
11	2.5 * *
15	1.4 * *
25	÷ 0.4 *
35	÷ 1.5 * *
45	÷ 2.4 * *

Ved diameter 25 cm er differansen således meget liten. De beste estimatene for høyden får en sannsynligvis etter de veide regresjonsfunksjonene (b) ved små diametre og etter regresjonsfunksjonene uten vekter (a) ved store diametre.

Da de veide regresjonsberegningene ikke gir klare fordeler, og da de dessuten byr på beregningsmessige problemer (ukjent utvelgingsmetode for prøvetrærne på en del felt og mer kompliserte beregninger), er de videre regresjonsberegninger i dette arbeid utført uten vekter direkte ut fra de prøvetrær som er høydemålt.

For hvert av disse 89 felt ble også gjennomsnittlig høyde av prøvetrærne i diameterklasse 25 cm (24.0 cm—25.9 cm) beregnet og sammenlignet med høyden ved $d = 25$ cm etter den direkte beregnede høydekurven. Høydefunksjon (1) ga i gjennomsnitt 1.2 dm lavere høyde ved $d = 25$ cm enn prøvetrærne, men forskjellen var ikke signifikant på 5 % nivået. Denne forskjellen ser ikke ut til å være avhengig av feltets middeldiameter.

C. Beregningsmetodikk

Høydekurven ble beregnet etter funksjon (1) for hvert felt i materialet ut fra prøvetrærne på feltet, og høyden etter denne funksjonen ble beregnet for diameter 25 cm. Denne høyden, h_{25} , ble brukt som angivelse av feltets høydenivå i de videre regresjonsberegningene, ved at den ble brukt som variabel for enkelttrærne på feltet. (h_{25} har samme verdi for alle trær på et felt.)

Med enkelttrær som gjentak (23 298 trær) ble det så beregnet alternative regresjonsfunksjoner for trehøyde, med ulike kombinasjoner av diameter og h_{25} som forklarende variabler. Hver slik regresjonsfunksjon representerer et sett av høydekurver, der den enkelte høydekurve i settet er bestemt ut fra verdien av h_{25} .

IV. Resultater

A. Benyttede variabler og beregnede regresjonsfunksjoner

Ved regresjonsberegningene ble følgende variabler prøvd i ulike kombinasjoner (alle variablene ble ikke prøvd samtidig):

$\log d$	d
h_{25}	d^2
$h_{25} \log d$	$d h_{25}$
$\log h_{25}$	$d^2 h_{25}$
$\log d \log h_{25}$	$d h_{25}^2$
d/h_{25}	

Regresjonsberegningene ga flere funksjoner med praktisk talt samme korrelasjonskoeffisient og residualvarians. Etter noen prøver og grafiske sammenligninger av de beste funksjonene, ble en stående ved følgende funksjon:

$$h = \div 9.51 + 7.094 \log d \div 0.3127 h_{25} + 0.9247 h_{25} \log d \quad (4)$$

$$R = 0.932 \quad s = 1.79 \text{ m} \quad \bar{h} = 18.7 \text{ m}$$

Denne funksjonen ble først endelig valgt etter at de fleste kontrollberegningene i kap. V var gjennomført.

B. Justert funksjon og tabell basert på høydenivå

Det er ønskelig at den benyttede regresjonsfunksjonen gir $h = h_{25}$ når d settes lik 25 cm, dvs. at høydekurven går gjennom $h = h_{25}$ for $d = 25$ cm. Settes $d = 25$ cm inn i funksjon (4), framkommer følgende uttrykk for høyden, eller $h_{niv} =$ høydekurvenes nivå ved $d = 25$ cm:

$$h = h_{niv} = 0.407 + 0.980 h_{25} \quad (5)$$

h_{niv} vil således avvike litt (men mindre enn 0.2 m) fra h_{25} . Ved å innføre h_{niv} istedenfor h_{25} i funksjon (4), vil koeffisientene i funksjonen bli justert, og høyden for $d = 25$ cm for en slik justert funksjon vil bli lik h_{niv} . Av funksjon (5) finnes h_{25} uttrykt ved h_{niv} :

$$h_{25} = \frac{h_{niv} \div 0.407}{0.980} \quad (6)$$

Ved å sette dette uttrykket (6) for h_{25} inn i funksjon (4), fås en ny funksjon med høyden som funksjon av $\log d$ og h_{niv} :

$$h = \div 9.38 + 6.711 \log d \div 0.3191 h_{niv} + 0.9435 h_{niv} \log d \quad (7)$$

Høydekurvene etter funksjonene (4) og (7) blir helt like, men kurvene etter funksjon (7) har den fordel at når diameteren settes lik 25 cm, blir høyden etter funksjonen lik h_{niv} . Denne funksjonen angir dermed et sett av høydekurver, der nivået av de enkelte høydekurvene for $d = 25$ cm er angitt ved h_{niv} . Det kan beregnes en høydekurve for hvilken som helst verdi av h_{niv} .

Nærmere testinger viser ikke helt god tilpasning av funksjonene (4) og (7) til materialet for diametre under ca. 12–15 cm. Det er derfor forsøkt å tilpasse spesielle funksjoner for disse diametrene. Det viser seg at en direkte forlengelse av høydekurvene som rette linjer fra $d = 15$ cm mot origo ($d = 0, h = 0$) gir noe bedre tilpasning til materialet enn funksjon (7). Denne forlengelsen av høydekurvene for diametre under 15 cm kan uttrykkes ved funksjonen

$$h = \div 0.10 d + 0.0527 d h_{niv} \quad (8)$$

For $d = 15$ cm vil funksjonene (7) og (8) gi samme høyder. I diameterintervall 10–15 cm gir de to funksjonene praktisk talt samme høyder når h_{niv} er ca. 15–16 m, og for andre verdier av h_{niv} er forskjellen i høyde mellom funksjonene mindre enn 1 m. I bestand med relativt få trær i dette diameterintervallet vil denne forskjellen som regel bety så lite at funksjon

Tab. 4. Tr
Tr

d	
cm	12
10	5.3
11	5.9
12	6.4
13	6.9
14	7.5
15	8.0
16	8.5
17	9.0
18	9.4
19	9.9
20	10.3
21	10.6
22	11.0
23	11.3
24	11.7
25	12.0
26	12.3
27	12.6
28	12.9
29	13.2
30	13.4
31	13.7
32	13.9
33	14.2
34	14.4
35	14.6
36	14.9
37	15.1
38	15.3
39	15.5
40	15.7
41	15.9
42	16.1
43	16.2
44	16.4
45	16.6
46	16.8
47	16.9
48	17.1
49	17.3
50	17.4
51	17.6
52	17.7
53	17.9
54	18.0
55	18.2

Tab. 4. Trehøyder (m) etter funksjonene (7) og (8).

Tree heights (m) according to the functions (7) and (8).

d cm	h _{niv} , m							
	12	14	16	18	20	22	24	26
10	5.3	6.4	7.4	8.5	9.5	10.6	11.6	12.7
11	5.9	7.0	8.2	9.3	10.5	11.7	12.8	14.0
12	6.4	7.7	8.9	10.2	11.4	12.7	14.0	15.2
13	6.9	8.3	9.7	11.0	12.4	13.8	15.1	16.5
14	7.5	8.9	10.4	11.9	13.4	14.8	16.3	17.8
15	8.0	9.6	11.2	12.7	14.3	15.9	17.5	19.1
16	8.5	10.1	11.8	13.4	15.0	16.7	18.3	19.9
17	9.0	10.7	12.3	14.0	15.7	17.4	19.1	20.8
18	9.4	11.2	12.9	14.6	16.3	18.1	19.8	21.5
19	9.9	11.6	13.4	15.2	16.9	18.7	20.5	22.3
20	10.3	12.1	13.9	15.7	17.5	19.3	21.2	23.0
21	10.6	12.5	14.3	16.2	18.1	19.9	21.8	23.6
22	11.0	12.9	14.8	16.7	18.6	20.5	22.4	24.3
23	11.3	13.3	15.2	17.1	19.1	21.0	22.9	24.9
24	11.7	13.6	15.6	17.6	19.5	21.5	23.5	25.4
25	12.0	14.0	16.0	18.0	20.0	22.0	24.0	26.0
26	12.3	14.3	16.4	18.4	20.4	22.5	24.5	26.5
27	12.6	14.7	16.7	18.8	20.9	22.9	25.0	27.0
28	12.9	15.0	17.1	19.2	21.3	23.4	25.4	27.5
29	13.2	15.3	17.4	19.5	21.6	23.8	25.9	28.0
30	13.4	15.6	17.7	19.9	22.0	24.2	26.3	28.5
31	13.7	15.9	18.0	20.2	22.4	24.6	26.7	28.9
32	13.9	16.1	18.3	20.5	22.7	24.9	27.1	29.3
33	14.2	16.4	18.6	20.9	23.1	25.3	27.5	29.8
34	14.4	16.7	18.9	21.2	23.4	25.7	27.9	30.2
35	14.6	16.9	19.2	21.5	23.7	26.0	28.3	30.6
36	14.9	17.2	19.5	21.8	24.0	26.3	28.6	30.9
37	15.1	17.4	19.7	22.0	24.4	26.7	29.0	31.3
38	15.3	17.6	20.0	22.3	24.7	27.0	29.3	31.7
39	15.5	17.8	20.2	22.6	24.9	27.3	29.7	32.0
40	15.7	18.1	20.5	22.8	25.2	27.6	30.0	32.4
41	15.9	18.3	20.7	23.1	25.5	27.9	30.3	32.7
42	16.1	18.5	20.9	23.3	25.8	28.2	30.6	33.0
43	16.2	18.7	21.1	23.6	26.0	28.5	30.9	33.4
44	16.4	18.9	21.4	23.8	26.3	28.7	31.2	33.7
45	16.6	19.1	21.6	24.0	26.5	29.0	31.5	34.0
46	16.8	19.3	21.8	24.3	26.8	29.3	31.8	34.3
47	16.9	19.5	22.0	24.5	27.0	29.5	32.0	34.6
48	17.1	19.6	22.2	24.7	27.2	29.8	32.3	34.8
49	17.3	19.8	22.4	24.9	27.5	30.0	32.6	35.1
50	17.4	20.0	22.6	25.1	27.7	30.3	32.8	35.4
51	17.6	20.2	22.8	25.3	27.9	30.5	33.1	35.7
52	17.7	20.3	22.9	25.5	28.1	30.7	33.3	35.9
53	17.9	20.5	23.1	25.7	28.3	31.0	33.6	36.2
54	18.0	20.7	23.3	25.9	28.6	31.2	33.8	36.4
55	18.2	20.8	23.5	26.1	28.8	31.4	34.0	36.7

(7) kan brukes ned til $d = 10$ cm. Ved eventuell ekstrapolering for diametre under 10 cm, har funksjon (8) et mer logisk og riktig forløp enn funksjon (7). Funksjon (7) bør ikke ekstrapoleres, den vil f. eks. gi negative høyder for mindre diametre enn 4—5 cm.

I tab. 4 finnes høydene etter funksjon (7) for $d \geq 15$ cm og etter funksjon (8) for $d < 15$ cm for en del verdier av h_{niv} . Tilsvarende høydekurver finnes i fig. 11 og 14, der de er sammenlignet med andre høydekurver.

C. Forsøk med relative høyder

Prinsippet med relative høyder er omtalt i kap. I. Dette kan også brukes med utgangspunkt i andre høydekurver enn Vigerusts høydekurve for høydeklasse 1.0. Utgangspunkt kan tas i en standard høydekurve, og høydene for en annen høydekurve beregnes ved å multiplisere høydene etter standardkurven med en konstant faktor. Dermed fås en ny høydekurve som gir f. eks. 1.2 ganger så store høyder som standardkurven ved alle diametre.

Relative høyder ble prøvd på materialet med to litt forskjellige standard høydekurver som utgangspunkt. En ble beregnet etter funksjon (4) for $h_{25} = 20$ m, og en annen etter en funksjon med leddet d h_{25} i tillegg til leddene i funksjon (4), også med $h_{25} = 20$ m.

Disse høydekurvesettene ble testet mot materialet på tilsvarende måte som beskrevet i kap. V.A. Begge kurvesettene basert på relative høyder ga forholdsvis god tilpasning for de midlere verdier av h_{25} , men for h_{25} mindre enn ca. 16—17 m ga begge kurvesettene dårligere tilpasning til materialet enn funksjon (7). Totalt sett ga begge høydekurvesettene basert på relative høyder noe dårligere tilpasning til materialet enn funksjon (7). Relative høydekurvesett med utgangspunkt i andre høydekurver ble også vurdert, men en fant ingen som syntes å gi like god tilpasning til materialet som funksjon (7) direkte.

V.

Høyd
ulike gr

Følgend

1. For l
bereg
Dette
funks

 $h_{niv} =$
Denr
ning
2. For 1
høyd
bereg
3. For h
Dif =
feltet
4. Gjen
ringe
bruk
sjone

Felte
ligvis vi
ovenfor)
høydefu
funksjon
høydeku
gere for
«standa
For n
skjellige
sjon (7).
Ved k
15 cm (l
diametre
Resultat
resultate
funksjon
ne i tab.
Resul
se av tre

V. Kontroll av høydekurvene basert på høydenivå

A. Kontrollmetodikk

Høydekurvene er kontrollert mot hele grunnmaterialet under ett, mot ulike grupperinger av det, og mot noe annet tilgjengelig materiale.

Følgende kontrollmetodikk er brukt:

1. For hvert enkelt tre ble h_{niv} (= høydekurvens nivå ved $d = 25$ cm) beregnet for den høydekurven i settet som treets høyde samsvarer med. Dette ble gjort ved å regne om funksjon (7), slik at h_{niv} ble uttrykt som funksjon av diameter og høyde:

$$h_{niv} = \frac{h + 9.38 \div 6.711 \log d}{0.9435 \log d \div 0.3191} \quad (9)$$
 Denne h_{niv} kan også finnes (ved interpolering) i tab. 4, eller ved avlesning i figur over høydekurvene.
2. For trærne på hvert felt ble gjennomsnittet av h_{niv} beregnet. Den høydekurven i settet som svarer til denne gjennomsnittlige h_{niv} ble beregnet etter funksjon (7), og er brukt som feltets høydekurve.
3. For hvert tre ble treets avvik i høyde fra denne høydekurven beregnet: $Dif = \text{Treets virkelige høyde minus høyden for treets diameter etter feltets høydekurve i settet.}$
4. Gjennomsnittet av Dif ble beregnet for hele materialet og ulike grupperinger av det innen klasser av d og h_{niv} . Disse gjennomsnittene ble brukt for å påvise eventuelle skjevheter og systematiske avvik fra funksjonen.

Feltets gjennomsnittlige h_{niv} er her beregnet på en måte som sannsynligvis vil bli anvendt ved praktisk bruk av høydekurvene (pkt. 1 og 2 ovenfor). Men ved beregningen av funksjon (4) ble brukt h_{25} etter feltets høydefunksjon (1). I praksis vil det bli for tungvint å beregne en regresjonsfunksjon for å finne h_{25} . Dessuten, hvis det er beregnet eller tegnet en høydekurve for et felt, vil denne høydekurven i mange tilfelle være riktige for feltet enn den en kommer til ved bruk av et kurvesett med «standardiserte» høydekurver.

For mange felt vil h_{25} og h_{niv} være litt forskjellige. Dette skyldes forskjellige beregningsmåter, men også justeringen fra funksjon (4) til funksjon (7).

Ved kontrollberegningene er funksjon (7) brukt også for diametre under 15 cm (kontrollene ble utført før funksjon (8) ble laget). Men for disse diametrene er også funksjon (8) kontrollert for hele materialet samlet. Resultatene av disse kontrollene er brukt til å justere de øvrige kontrollresultatene i dette diameterintervallet, slik at de (litt tilnærmet) gjelder for funksjon (8). De presenterte kontrollresultatene gjelder således for kurvene i tab. 4, beregnet med funksjonene (7) og (8).

Resultatene av kontrollene er som regel framstilt grafisk, uten angivelse av treantall innen de enkelte klasser av diameter og h_{niv} . Klasser av d

og h_{niv} med mindre enn 10 trær er ikke avmerket i figurene. Disse er utelatt for å unngå forvirrende store, tilfeldige utslag i klasser med få trær.

I de grafiske framstillingene representerer $Dif = 0$ nivået av de nye høydekurvene. Positive verdier av Dif angir at trærne i gjennomsnitt har større virkelige høyder, og negative verdier at trærne har lavere høyder enn de nye høydekurvene etter funksjonene (7) og (8). Visuelt kan figurene muligens gi et noe overdrevet inntrykk av størrelsen på Dif .

B. Kontroll mot hele grunnmaterialet

Resultatet av kontrollen mot hele grunnmaterialet for høydekurvene basert på høydenivå er vist i fig. 3. Den viser relativt god overensstemmelse mellom høydekurvene og grunnmaterialet. Noen små systematiske skjevheter forekommer ved store h_{niv} og i diameterklasse 10 cm. Ved store verdier av h_{niv} synes høydekurvene å gi litt for store høyder i diameterklasse 10 cm, litt for lave høyder omkring 20–25 cm, og litt for store høyder igjen for større diametre.

I diameterklasse 10 cm (klassen er dominert av trær med diameter 10–12 cm) synes høydekurvene å gi for lave høyder når h_{niv} er liten og for store høyder for store h_{niv} — dvs. at høydekurvene burde ha ligget noe tettere sammen for disse diametre. Hvis funksjon (7) brukes ned til 10 cm diameter, fås enda større avvik i denne diameterklassen, spesielt for store verdier av h_{niv} .

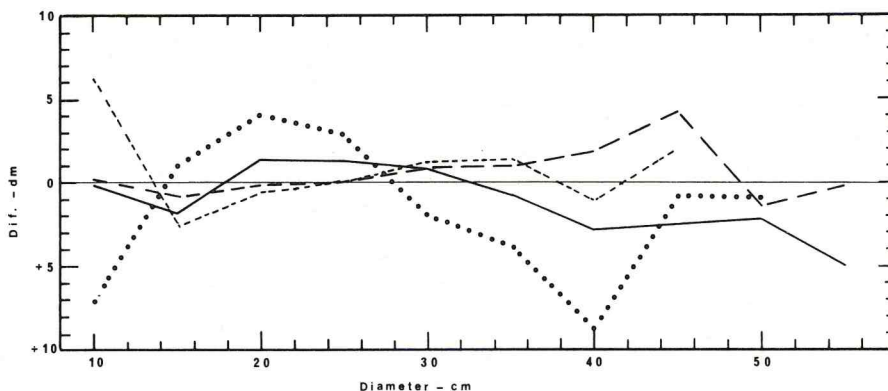


Fig. 3. Kontroll av høydekurvene basert på høydenivå mot hele materialet.
Control of the height curves based on height level towards all the data.

.....	$h_{niv} \leq 15.0$ m
-----	$15.0 \text{ m} < h_{niv} \leq 19.0$ m
————	$19.0 \text{ m} < h_{niv} \leq 23.0$ m
— · — ·	$h_{niv} > 23.0$ m

Fig
utenfc
Avvik
Nærm
avvik
som i

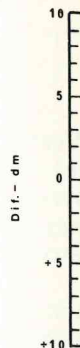


Fig. 4.

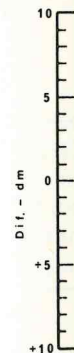


Fig. 5.

C. Kontroll mot diverse grupperinger av grunnmaterialet

1. Landsdeler

Fig. 4 viser resultatet av kontroll for ulike landsdeler: a) Østlandet utenfor Vestfold, b) Vestfold, Telemark og Agderfylkene, og c) Nordafjells. Avvikene fra høydekurvene innen de enkelte landsdeler er stort sett små. Nærmere undersøkelser viser at også innen de enkelte klasser av h_{niv} er avvikene fra høydekurvene for hver landsdel av rimelig størrelse (omtrent som i fig. 3 for hele materialet, eller litt større).

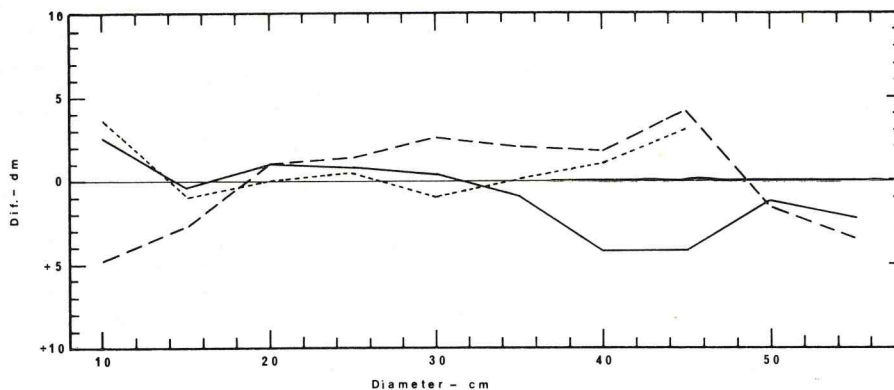


Fig. 4. Kontroll av høydekurvene basert på høydenivå innen landsdeler.
Control of the height curves based on height level within parts of the country.

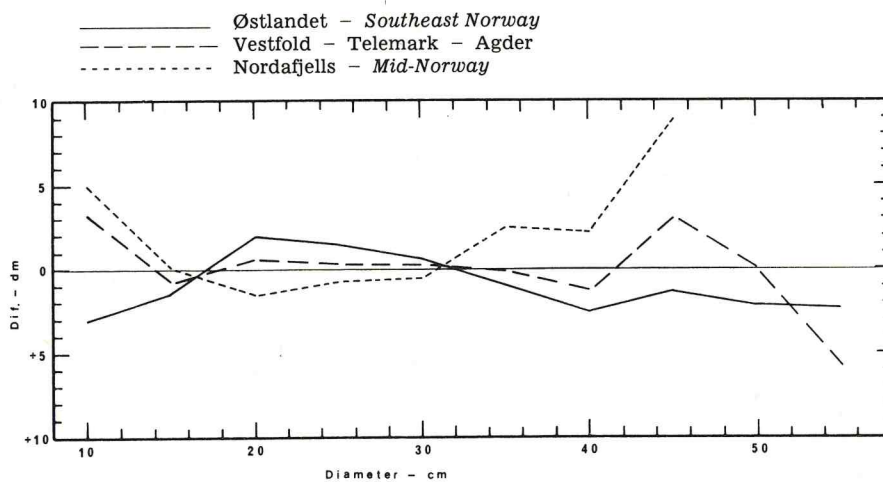


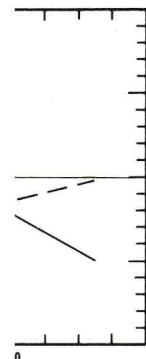
Fig. 5. Kontroll av høydekurvene basert på høydenivå innen boniteter.
Control of the height curves based on height level within site classes.

— Høy bonitet - High site class
- - - Middels bonitet - Mean site class
· · · Lav bonitet - Low site class

ie. Disse er
ed få trær.
av de nye
omsnitt har
høyder enn
an figurene

høydekurvene
erensstem-
stematiske
n. Ved store
i diameter-
tore høyder

d diameter
liten og for
i ligget noe
ed til 10 cm
elt for store



2. Bonitet

Resultatet av den bonitetsvise kontrollen (for de 448 felt der boniteten er angitt) framgår av fig. 5. Feltenes bonitet synes ikke å ha nevneverdig betydning for avvikenes størrelse. På lav bonitet synes imidlertid høydekurvene å ha gitt litt for små høyder både ved små og store diametre (i diameterklasse 45 cm og større er det for lav bonitet bare 18 trær). Det viser seg også at avvikene innen de enkelte klasser av h_{niv} for hver bonitet stort sett er av samme størrelse som i fig. 3 for hele materialet.

3. Høyde over havet

Høydekurvene er kontrollert mot materialet fra Østlandet (uten Vestfold) innen ulike høyder over havet for 273 felt der høyde over havet er kjent. Resultatene er vist i fig. 6. For felt beliggende under 300 m o. h. synes høydekurvene å være litt for bratte og å gi litt for store høyder for diametre over ca. 30–35 cm. Det ser ut til at dette gjør seg mest gjeldende for store verdier av h_{niv} .

Utslaget i fig. 6 for 600–900 m o. h. ved diameter 10 cm skyldes i stor grad trær fra en vellykket såing i Vestre Slidre (forsøksfelt fra NISK). Det viser seg at høydekurvene fra denne såingen er noe flatere enn høydekurvene basert på høydenivå.

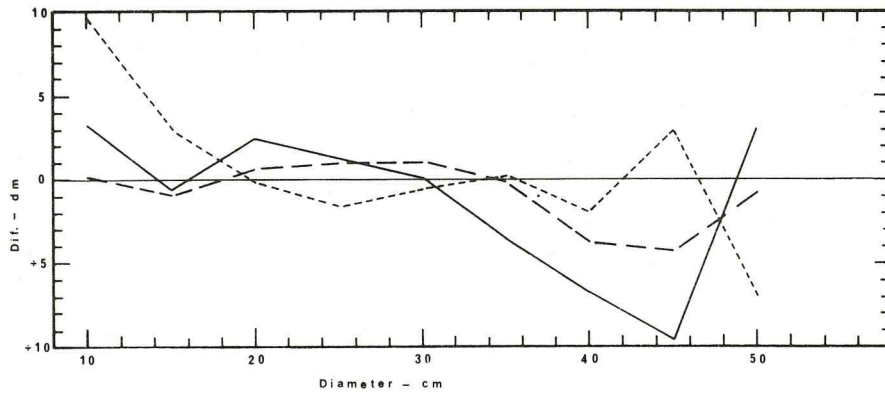


Fig. 6. Kontroll av høydekurvene basert på høydenivå innen høydesoner på Østlandet (uten Vestfold).
Control of the height curves based on height level within altitude zones in Southeast Norway (without Vestfold).

————— 0–300 m.o.h. — Altitude 0–300 m
- - - - - 300–600 m.o.h. — Altitude 300–600 m
· · · · · 600–900 m.o.h. — Altitude 600–900 m

Høyde
tre klasse
middeldig
meterklas
økende h
stive ved
god tilpa
innen ulil

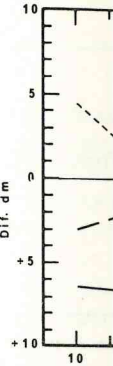


Fig. 7. Kontr
Con
of th

Kontr
NISK sor
for bratte
av forsøk
ensartet
høydeku

Fig. 9
Blinkelis
viser noe
Ellers gir
blinkelist

4. Middeldiameter

Høydekurvene basert på høydenivå er kontrollert mot materialet innen tre klasser av middeldiameter. Resultatet er vist i fig. 7. For felt med middeldiameter over 29 cm har kurvesettet gitt for store høyder i diameterklassene 10 cm og 15 cm. Denne overestimeringen synes å øke med økende h_{niv} . Det er muligens en tendens til at høydekurvene er litt for stive ved store middeldiameter. Forøvrig synes høydekurvene å gi relativt god tilpasning ved ulike middeldiameter, både sett under ett, og også innen ulike klasser av h_{niv} .

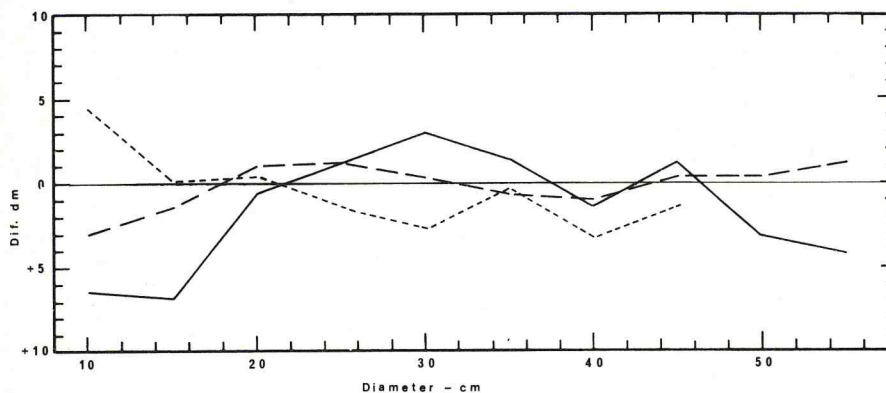


Fig. 7. Kontroll av høydekurvene basert på høydenivå etter feltets middeldiameter, \bar{d}
Control of the height curves based on height level according to the mean diameter, \bar{d}
of the plot.

————— $\bar{d} \geq 29$ cm
- - - - - $23 \text{ cm} \leq \bar{d} < 28$ cm
· · · · · $\bar{d} \leq 22$ cm

5. Forsøksfelt fra NISK

Kontroll av høydekurvene basert på høydenivå mot de forsøksfelt fra NISK som inngår i materialet er vist i fig. 8. Høydekurvene er stort sett litt for bratte for disse feltene, men avvikene er ikke særlig store. Selv om noen av forsøksfeltene er bledningsfelt, er disse feltene sannsynligvis noe mer ensartet enn resten av materialet. Dette kan muligens være årsaken til at høydekurvene på forsøksfeltene er noe flatere enn ellers.

6. Blinkelister

Fig. 9 gir resultat av kontroll mot alle blinkelistene i grunnmaterialet. Blinkelistene antas stort sett å stamme fra de minst homogene felt. Fig. 9 viser noe avvik for $h_{niv} > 23$ m, spesielt for 18 trær i diameterklasse 40 cm. Ellers gir funksjonene (7) og (8) en god beskrivelse av høydekurvene for blinkelistene.

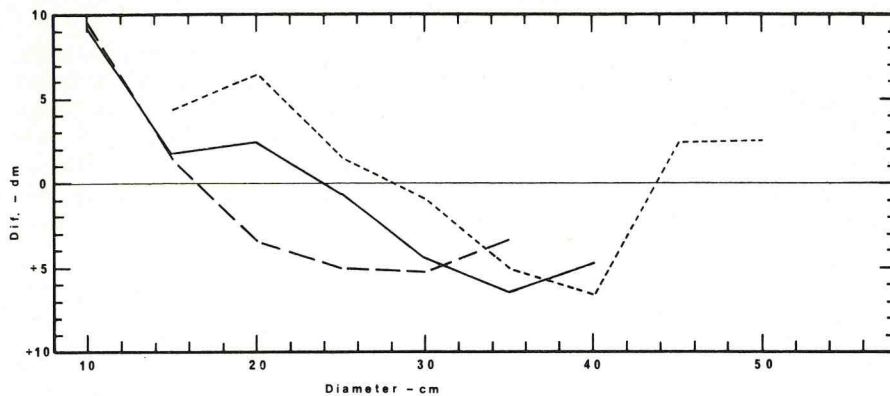


Fig. 8. Kontroll av høydekurvene basert på høydenivå for 47 forsøksfelt fra NISK som inngår i grunnmaterialet.
Control of the height curves on height level for 47 research plots from NISK, included in the basic data.

----- $15.0 \text{ m} < h_{\text{niv}} \leq 19.0 \text{ m}$
 _____ $19.0 \text{ m} < h_{\text{niv}} \leq 23.0 \text{ m}$
 $h_{\text{niv}} > 23.0 \text{ m}$

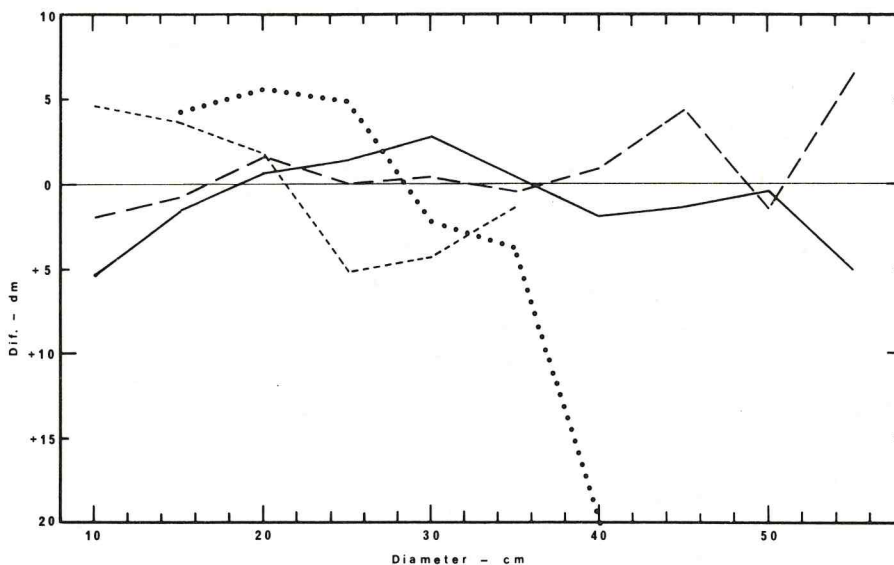


Fig. 9. Kontroll av høydekurvene basert på høydenivå for alle blinkelistene i grunnmaterialet.
Control of the height curves based on height level for the basic data from areas marked for cutting.

----- $h_{\text{niv}} \leq 15.0 \text{ m}$
 _____ $15.0 \text{ m} < h_{\text{niv}} \leq 19.0 \text{ m}$
 $19.0 \text{ m} < h_{\text{niv}} \leq 23.0 \text{ m}$
 - . - . - . $h_{\text{niv}} > 23.0 \text{ m}$

Res
basert
løpet i
mulige
Men d
funksj

Det
kontro
kurvef
er felte
høydel
fleste
god be
det ne
høydel
høydel
kompl

Det
tynnin
feltene
trollm
21 felt
16.7 cr
andre
Res
rasker
for sto
vene g
materi
Hø
Ovens
den sk
tynnin

7. Konklusjon

Resultatet av de kontrollene som er foretatt tyder på at høydekurvene basert på høydenivå stort sett gir en relativt god beskrivelse av høydeforløpet i de fleste deler av materialet. Noen av de avvik som er omtalt, kan muligens skyldes tilfeldigheter eller spesielle egenskaper ved noen felt. Men de fleste utslagene skyldes sannsynligvis manglende tilpasning til funksjonene.

D. Kontroll mot noen enkeltfelt i eldre bestand

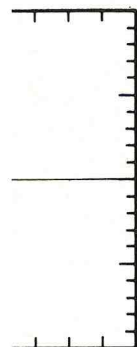
Det er utført noen kontroller mot enkeltfelt med mange trær. Disse kontrollene gjengis ikke i detalj her. De viser at for enkelte felt kan høydekurveforløpet avvike tildels betydelig fra høydenivåkurvene. I noen tilfelle er feltets høydekurve tydelig slakere, i andre tilfelle brattere enn kurvene i høydekurvesettet. Høydekurvens krumning kan også avvike en del. For de fleste av de kontrollerte feltene gir imidlertid høydekurvesettet ganske god beskrivelse av høydekurvene. Med så enkle innganger som her, kan det neppe ventes å få kurvesett som passer vesentlig bedre til alle typer av høydekurver. Hvis tilpasningen skal bli bedre, må det trolig beregnes egne høydekurver for hvert enkelt felt, noe som vil kreve flere prøvetrær og mer komplisert beregningsarbeid.

E. Kontroll mot noen tynningsfelt

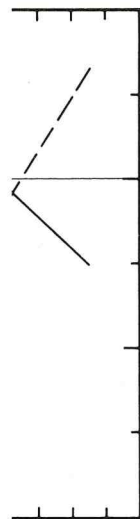
Det er av interesse å se om høydekurvene også er brukbare for tynningsuttak. For å få litt rede på det, ble tynningsuttaket fra tynningsfeltene i hogstundersøkelsene (Samset et al. 1969) også brukt som kontrollmateriale for kurvene basert på høydenivå. Dette materialet består av 21 felt med tilsammen 4 145 trær. Aritmetisk middel av diametrene er 16.7 cm. Kontrollen ble foretatt på samme måte som foran, men med litt andre diameterklassegrenser.

Resultatet av kontrollen er vist i fig. 10. Høydekurvene viser en overraskende god tilpasning for tynningsuttaket på disse feltene, det er bare for store diametre (over 38 cm) utslagene er av noen betydning. Høydekurvene gir relativt god tilpasning også for diametre ned til 10 cm for dette materialet.

Høydekurvene er ikke kontrollert mot andre tynningsmaterialer. Ovenstående kontroll bør derfor kanskje ikke tillegges for stor vekt. Men den skulle tilsa at høydekurvene kan brukes, med noe forsiktighet, også for tynninger.



K som inngår
from NISK,



i grunnmate-
n areas mar-

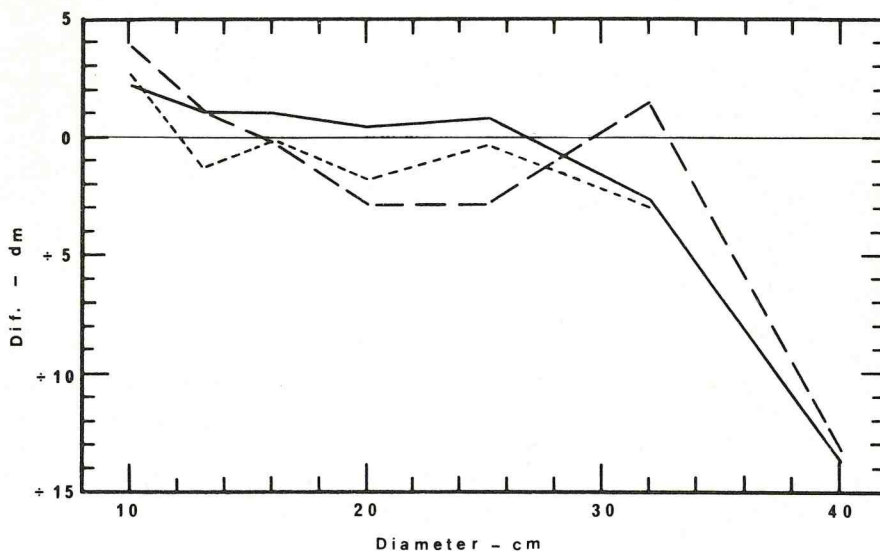


Fig. 10. Kontroll av høydekurvene basert på høydenivå for tynningsuttak fra 21 tynningsfelt i hogstundersøkelsene.
Control of the height curves based on height level for thinnings from 21 plots in the Norwegian cutting studies.

----- 13.0 m < h_{niv} ≤ 15.0 m
 - · - · - 15.0 m < h_{niv} ≤ 19.0 m
 _____ 19.0 m < h_{niv} ≤ 22.0 m

VI. Høydekurver for nye høydeklasser

Det ble beregnet en volumtabell for høydekurvene basert på høydenivå (tabellen er ikke tatt med her). Det viste seg da at forholdet mellom volumene fra to forskjellige høydekurver var nesten det samme ved alle diametre, spesielt for diametre over ca. 15 cm. Dette førte til at det fra praktisk skogbrukshold ble fremmet ønsker om å få omgjort de nye høydekurvene, slik at de ble beregnet og kunne brukes på tilsvarende måte som Vigerusts høydeklasser. Slike høydekurver for nye høydeklasser blir presentert nedenfor.

A. Beregning av høydekurvene

Som utgangspunkt og ny høydeklasse 1.0 er brukt høydekurven med $h_{niv} = 15$ m. Denne høydekurven er brattere enn Vigerusts høydeklasse 1.0, men de to kurvene faller sammen for diameter 25 cm. Ved å sette $h_{niv} = 15$ m inn i funksjon (7), framkommer følgende uttrykk for høydekurven til den nye høydeklasse 1.0:

For l
for dian
nye høy
Det e
rust bru
prøvd s
godt ov
15—20 c
best ove
forskjell
ble derf
gende ft
bark):

$d = 10.0$
 $vn = \pm \epsilon$
 $d \geq 13.0$
 $vn = 10.$
 der
 $t = 9.5$

Funl
Vestjor
Vestjor
Nytt
diametr
klasse 1
sert me
svarend
Treh
funksjo
dvs. at c
diamete
I fig.
basert j
høydeku
forskjell
Kurv
ter 13 c
under d

Bere
noen til
skal om

$$h = \div 14.17 + 20.86 \log d \quad (10)$$

For $h_{niv} = 15$ m gir funksjonene (7) og (8) meget nær de samme høyder for diametre mellom 10 cm og 15 cm. Funksjon (10) er derfor brukt for den nye høydeklasse 1.0 helt ned til diameter 10 cm.

Det er forsøkt å lage høydeklasser etter tilsvarende prinsipp som Vigerust brukte. Både totalt volum og nyttbart volum, begge med bark, ble prøvd som beregningsgrunnlag. Begge disse kurvesettene stemte relativt godt overens med høydekurvene basert på høydenivå for diametre over 15—20 cm. For mindre diametre stemte kurvene basert på nyttbart volum best overens med kurvene basert på høydenivå, selv om det også her er noe forskjell i kurveforløpet. Nyttbart volum med bark (til 7 cm topp med bark) ble derfor valgt som beregningsgrunnlag for de nye høydeklassene. Følgende funksjoner er brukt for nyttbart volum med bark (til 7 cm topp med bark):

$d = 10.0$ cm til 12.9 cm:

$$vn = \div 31.57 + 0.0016 dh^2 + 0.0186h^2 + 0.63dh \div 2.34h + 3.20 d \div t \quad (11)$$

$d \geq 13.0$ cm:

$$vn = 10.14 + 0.01240d^2h + 0.03117dh^2 \div 0.36381h^2 + 0.28578dh \div t \quad (12)$$

der

$$t = 9.50 \div 0.41d + 0.0049d^2 + 0.11h \quad (13)$$

Funksjonene (11) og (12) er basert på funksjonene for totalt volum hos *Vestjordet* (1967), og funksjon (13) for t = toppens volum er beregnet av *Vestjordet* (1968).

Nyttbart volum med bark er beregnet med funksjonene (11) eller (12) for diametre fra 10 til 55 cm med høyder etter høydekurven for den nye høydeklasse 1.0 (funksjon (10)). Nyttbart volum i høydeklasse 1.0 er så multiplisert med faktorene 0.8—0.9—1.1—1.2 osv. slik at nyttbart volum i tilsvarende høydeklasser framkommer. Resultatene finnes i tab. 5.

Trehøyden for de nye høydeklassene (unntatt 1.0) er funnet ved å løse funksjonene for nyttbart volum ((11) og (12)) med hensyn på trehøyden, dvs. at den trehøyden som gir det enkelte nyttbare volum for den aktuelle diameter er beregnet. Disse trehøydenes finnes i tab. 6.

I fig. 11 er framstilt noen høydekurver for de nye høydeklassene og noen basert på høydenivå. Stort sett er overensstemmelsen mellom de to høydekurvesettene god, men for høydeklasser bedre enn ca. 1.4 er det noe forskjell i kurveforløp for diametre under 15—20 cm.

Kurvene for de nye høydeklassene har et svakt knekkpunkt ved diameter 13 cm. Dette skyldes at forskjellige volumfunksjoner er brukt over og under denne diameter.

B. Beregning av høydeklassen for et felt

Beregningsmåten for et felts gjennomsnittlige høydeklasse avviker i noen tilfelle fra beregningsmåten som er brukt for feltets høydenivå. Dette skal omtales litt nærmere.



4 0

iningsfelt

21 plots in

ydenivå
om volu-
alle dia-
praktisk
kurvene,
igerusts
tert ned-

ven med
leklasse
e h_{niv} =
urven til

Tab. 5. Nyttbart volum m.b. (dm³ til 7 cm m.b.) for gran målt i brysthøyde for de nye høydeklassene.

Merchantable volume over bark (dm³, to 7 cm top diameter) for spruce measured at breast height for the new tariff tables.

d cm	Høydeklasse <i>Tariff number</i>												
	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
10	17	20	22	24	26	28	31	33	35	37	39	42	44
11	27	31	34	37	41	44	48	51	54	58	61	65	68
12	37	42	47	52	56	61	66	70	75	80	84	89	94
13	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	121
14	59	67	74	81	89	96	103	111	118	126	133	140	148
15	71	80	89	98	107	116	125	134	143	151	160	169	178
16	85	95	106	116	127	138	148	159	169	180	190	201	212
17	99	112	124	136	149	161	174	186	198	211	223	236	248
18	115	129	144	158	172	187	201	216	230	244	259	273	287
19	132	148	165	181	198	214	231	247	264	280	297	313	330
20	150	169	188	206	225	244	263	281	300	319	338	357	375
21	169	191	212	233	254	275	297	318	339	360	381	402	424
22	190	214	237	261	285	309	332	356	380	404	427	451	475
23	212	238	265	291	317	344	370	397	423	450	476	503	529
24	234	264	293	322	352	381	410	440	469	498	527	557	586
25	258	291	323	355	388	420	452	484	517	549	581	614	646
26	283	319	354	390	425	461	496	531	567	602	638	673	709
27	310	348	387	426	464	503	542	581	619	658	697	735	774
28	337	379	421	463	505	548	590	632	674	716	758	800	842
29	365	411	457	502	548	594	639	685	731	776	822	868	913
30	395	444	494	543	592	642	691	740	790	839	888	938	987
31	425	479	532	585	638	691	745	798	851	904	957	1010	1064
32	457	514	571	629	686	743	800	857	914	971	1029	1086	1143
33	490	551	612	674	735	796	857	919	980	1041	1102	1164	1225
34	524	589	655	720	786	851	917	982	1048	1113	1179	1244	1309
35	559	629	698	768	838	908	978	1048	1117	1187	1257	1327	1397
36	595	669	743	818	892	966	1041	1115	1189	1264	1338	1412	1487
37	632	711	790	869	948	1027	1106	1185	1264	1342	1421	1500	1579
38	670	754	837	921	1005	1089	1172	1256	1340	1423	1507	1591	1675
39	709	798	886	975	1064	1152	1241	1329	1418	1507	1595	1684	1773
40	749	843	937	1030	1124	1218	1311	1405	1499	1592	1686	1780	1873
41	791	889	988	1087	1186	1285	1383	1482	1581	1680	1779	1878	1976
42	833	937	1041	1145	1249	1353	1458	1562	1666	1770	1874	1978	2082
43	876	986	1095	1205	1314	1424	1533	1643	1752	1862	1972	2081	2191
44	921	1036	1151	1266	1381	1496	1611	1726	1841	1956	2071	2187	2302
45	966	1087	1208	1328	1449	1570	1691	1811	1932	2053	2174	2294	2415
46	1013	1139	1266	1392	1519	1645	1772	1899	2025	2152	2278	2405	2531
47	1060	1193	1325	1458	1590	1723	1855	1988	2120	2253	2385	2518	2650
48	1109	1247	1386	1524	1663	1802	1940	2079	2217	2356	2494	2633	2772
49	1158	1303	1448	1593	1737	1882	2027	2172	2316	2461	2606	2751	2896
50	1209	1360	1511	1662	1813	1964	2115	2267	2418	2569	2720	2871	3022
51	1260	1418	1576	1733	1891	2048	2206	2363	2521	2678	2836	2994	3151
52	1313	1477	1641	1806	1970	2134	2298	2462	2626	2790	2954	3119	3283
53	1367	1538	1708	1879	2050	2221	2392	2563	2734	2904	3075	3246	3417
54	1421	1599	1777	1955	2132	2310	2488	2665	2843	3021	3198	3376	3554
55	1477	1662	1847	2031	2216	2400	2585	2770	2954	3139	3324	3508	3693

d cm	0.8
10	5.7
11	6.2
12	6.7
13	7.2
14	7.8
15	8.4
16	8.9
17	9.4
18	9.9
19	10.3
20	10.7
21	11.1
22	11.5
23	11.9
24	12.2
25	12.5
26	12.8
27	13.1
28	13.4
29	13.7
30	14.0
31	14.3
32	14.5
33	14.7
34	15.0
35	15.2
36	15.4
37	15.6
38	15.9
39	16.1
40	16.3
41	16.5
42	16.6
43	16.8
44	17.0
45	17.2
46	17.3
47	17.5
48	17.7
49	17.8
50	18.0
51	18.1
52	18.3
53	18.4
54	18.6
55	18.7

Tab. 6. Trehøyder (m) for de nye høydeklassene.

Tree heights (m) for the new tariff tables.

yde

pruce

1.9 2.0
42 44
65 68
89 94
114 121
140 148
169 178
201 212
236 248
273 287
313 330
357 375
402 424
451 475
503 529
557 586
614 646
673 709
735 774
800 842
868 913
938 987
1010 1064
1086 1143
1164 1225
1244 1309
1327 1397
1412 1487
1500 1579
1591 1675
1684 1773
1780 1873
1878 1976
1978 2082
2081 2191
2187 2302
2294 2415
2505 2531
2618 2650
2733 2772
2851 2896
2971 3022
3094 3151
3219 3283
3346 3417
3476 3554
3608 3693

d cm	Høydeklasse											Tariff number	
	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
10	5.7	6.2	6.7	7.2	7.7	8.2	8.7	9.2	9.7	10.1	10.6	11.1	11.6
11	6.2	6.9	7.6	8.2	8.9	9.6	10.2	10.9	11.5	12.1	12.8	13.4	14.0
12	6.7	7.5	8.3	9.2	10.0	10.8	11.5	12.3	13.1	13.9	14.6	15.4	16.1
13	7.2	8.1	9.1	10.0	10.9	11.8	12.7	13.6	14.5	15.4	16.2	17.1	17.9
14	7.8	8.8	9.7	10.7	11.6	12.5	13.4	14.3	15.2	16.1	16.9	17.7	18.6
15	8.4	9.4	10.4	11.3	12.3	13.2	14.1	15.0	15.9	16.7	17.6	18.4	19.2
16	8.9	9.9	11.0	11.9	12.9	13.8	14.8	15.7	16.5	17.4	18.3	19.1	19.9
17	9.4	10.5	11.5	12.5	13.5	14.4	15.4	16.3	17.2	18.1	18.9	19.8	20.6
18	9.9	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0	16.9	17.8	18.7	19.5	20.4	21.2
19	10.3	11.4	12.5	13.6	14.6	15.6	16.5	17.5	18.4	19.3	20.2	21.0	21.9
20	10.7	11.9	13.0	14.0	15.1	16.1	17.1	18.0	18.9	19.9	20.7	21.6	22.5
21	11.1	12.3	13.4	14.5	15.6	16.6	17.6	18.5	19.5	20.4	21.3	22.2	23.1
22	11.5	12.7	13.8	14.9	16.0	17.1	18.1	19.1	20.0	20.9	21.9	22.8	23.6
23	11.9	13.1	14.2	15.4	16.5	17.5	18.5	19.5	20.5	21.5	22.4	23.3	24.2
24	12.2	13.4	14.6	15.8	16.9	18.0	19.0	20.0	21.0	22.0	22.9	23.8	24.7
25	12.5	13.8	15.0	16.2	17.3	18.4	19.4	20.5	21.5	22.4	23.4	24.3	25.2
26	12.8	14.1	15.4	16.5	17.7	18.8	19.9	20.9	21.9	22.9	23.9	24.8	25.8
27	13.1	14.4	15.7	16.9	18.1	19.2	20.3	21.3	22.4	23.4	24.3	25.3	26.2
28	13.4	14.8	16.0	17.2	18.4	19.6	20.7	21.7	22.8	23.8	24.8	25.8	26.7
29	13.7	15.1	16.3	17.6	18.8	19.9	21.0	22.1	23.2	24.2	25.2	26.2	27.2
30	14.0	15.3	16.6	17.9	19.1	20.3	21.4	22.5	23.6	24.6	25.7	26.7	27.6
31	14.3	15.6	16.9	18.2	19.4	20.6	21.8	22.9	24.0	25.0	26.1	27.1	28.1
32	14.5	15.9	17.2	18.5	19.8	21.0	22.1	23.3	24.4	25.4	26.5	27.5	28.5
33	14.7	16.2	17.5	18.8	20.1	21.3	22.5	23.6	24.7	25.8	26.9	27.9	28.9
34	15.0	16.4	17.8	19.1	20.4	21.6	22.8	24.0	25.1	26.2	27.3	28.3	29.3
35	15.2	16.7	18.0	19.4	20.7	21.9	23.1	24.3	25.4	26.5	27.6	28.7	29.7
36	15.4	16.9	18.3	19.7	21.0	22.2	23.4	24.6	25.8	26.9	28.0	29.1	30.1
37	15.6	17.1	18.5	19.9	21.2	22.5	23.7	24.9	26.1	27.2	28.3	29.4	30.5
38	15.9	17.4	18.8	20.2	21.5	22.8	24.0	25.3	26.4	27.6	28.7	29.8	30.9
39	16.1	17.6	19.0	20.4	21.8	23.1	24.3	25.6	26.7	27.9	29.0	30.1	31.2
40	16.3	17.8	19.3	20.7	22.0	23.3	24.6	25.9	27.1	28.2	29.4	30.5	31.6
41	16.5	18.0	19.5	20.9	22.3	23.6	24.9	26.1	27.4	28.5	29.7	30.8	31.9
42	16.6	18.2	19.7	21.1	22.5	23.9	25.2	26.4	27.7	28.8	30.0	31.1	32.3
43	16.8	18.4	19.9	21.4	22.8	24.1	25.4	26.7	27.9	29.1	30.3	31.5	32.6
44	17.0	18.6	20.1	21.6	23.0	24.4	25.7	27.0	28.2	29.4	30.6	31.8	32.9
45	17.2	18.8	20.3	21.8	23.2	24.6	25.9	27.2	28.5	29.7	30.9	32.1	33.2
46	17.3	19.0	20.5	22.0	23.5	24.8	26.2	27.5	28.8	30.0	31.2	32.4	33.6
47	17.5	19.2	20.7	22.2	23.7	25.1	26.4	27.8	29.0	30.3	31.5	32.7	33.9
48	17.7	19.3	20.9	22.4	23.9	25.3	26.7	28.0	29.3	30.6	31.8	33.0	34.2
49	17.8	19.5	21.1	22.6	24.1	25.5	26.9	28.3	29.6	30.8	32.1	33.3	34.5
50	18.0	19.7	21.3	22.8	24.3	25.7	27.1	28.5	29.8	31.1	32.3	33.6	34.8
51	18.1	19.8	21.5	23.0	24.5	26.0	27.4	28.7	30.1	31.4	32.6	33.8	35.0
52	18.3	20.0	21.6	23.2	24.7	26.2	27.6	29.0	30.3	31.6	32.9	34.1	35.3
53	18.4	20.2	21.8	23.4	24.9	26.4	27.8	29.2	30.5	31.9	33.1	34.4	35.6
54	18.6	20.3	22.0	23.6	25.1	26.6	28.0	29.4	30.8	32.1	33.4	34.6	35.9
55	18.7	20.5	22.1	23.7	25.3	26.8	28.2	29.6	31.0	32.3	33.6	34.9	36.1

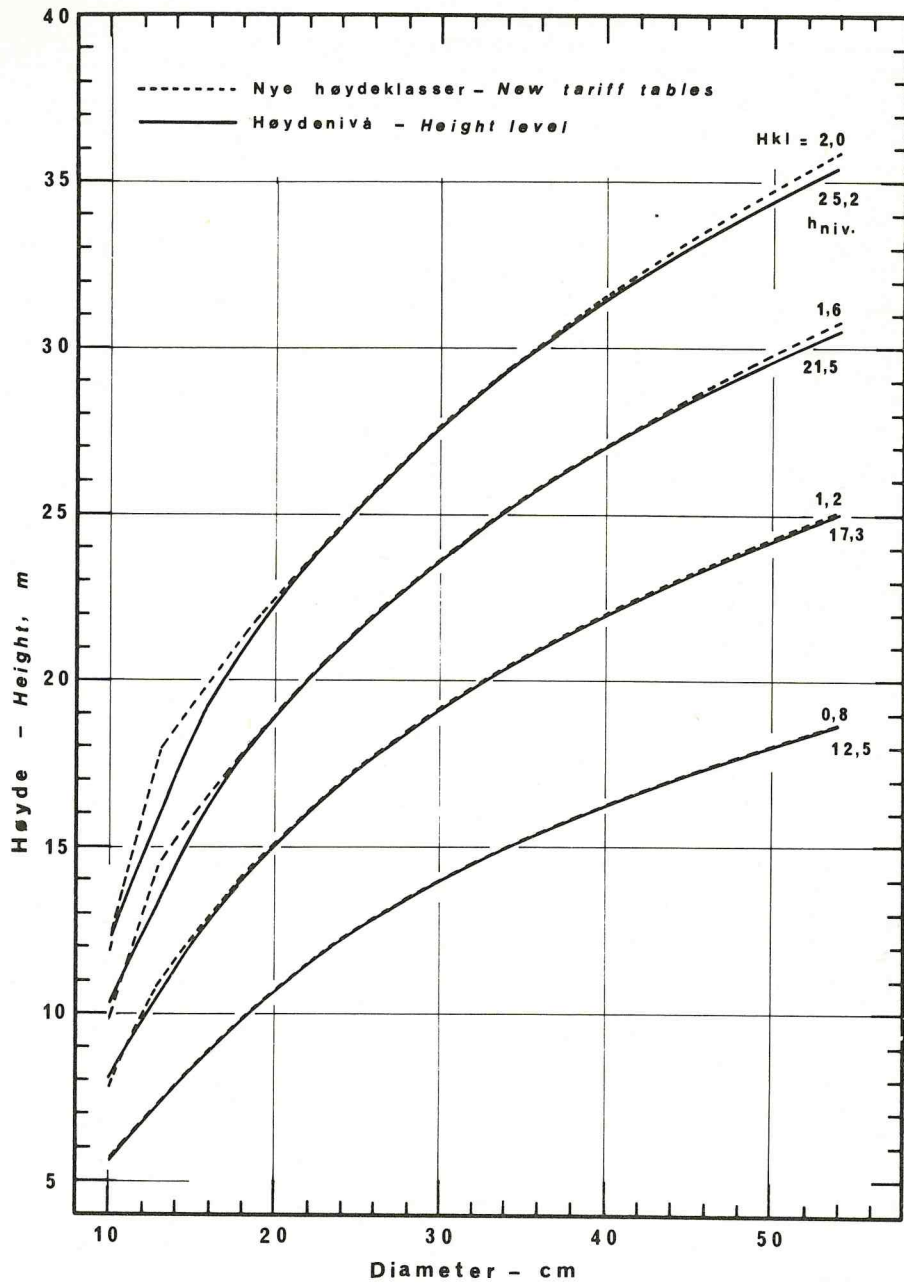


Fig. 11. Noen høydekurver basert på høydenivå, og noen basert på de nye høydeklassene.
Some height curves based on height level, and some based on the new tariff tables.

F
nyttl
treet
H
også
D
skjel
måte
D
forh
alle
Hkl

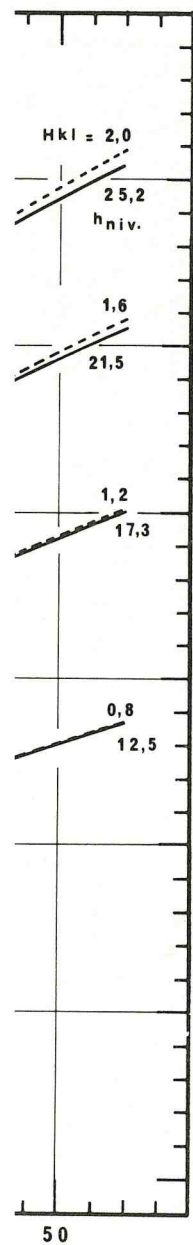
F
valg
nom
ved
E
lum
klas
trær
Hkl

der
I
gru
esti

Hkl

der
I
med
kan
prø
med
utve

F
(14)
10 c
pral
I
hvel
var



nye høydeklassene.
new tariff tables.

For et enkelt tre kan, med funksjon (11) eller (12), beregnes både vn = nyttbart volum ut fra treets målte høyde, og $vn_{1,0}$ = nyttbart volum ut fra treets høyde i høydeklasse 1.0.

Høydeklassen for dette treet kan finnes som forholdet $vn/vn_{1,0}$. Den kan også avleses i tab. 6 eller i kurvesett for de nye høydeklassene.

Den *gjennomsnittlige* høydeklassen på et felt kan beregnes på litt forskjellige måter. Prinsipielt bør beregningsmåten tilpasses utvelgingsmåten for prøvetrærne på feltet.

Den «sanne» høydeklassen for et felt eller bestand kan defineres som forholdet mellom summen av vn og summen av $vn_{1,0}$, begge summert for alle trær på feltet:

$$Hkl = \frac{\sum vn}{\sum vn_{1,0}} \quad (14)$$

Hvis prøvetrærne på feltet er valgt ut tilfeldig, eller med samme utvalgssannsynlighet for alle diametertrinn, bør i prinsippet feltets gjennomsnittlige høydeklasse estimeres etter funksjon (14), men naturligvis ved summering bare for prøvetrærne på feltet.

Er prøvetrærne tatt ut med sannsynlighet proporsjonal med $vn_{1,0}$ (volumet i høydeklasse 1.0), vil derimot det riktige være å bestemme høydeklassen for hvert enkelt prøvetre, og å bruke gjennomsnittet av prøvetrærnes høydeklasser som et estimat på bestandets høydeklasse:

$$Hkl = \frac{1}{n} \sum \frac{vn}{vn_{1,0}} \quad (15)$$

der n = antall prøvetrær på feltet.

Dersom prøvetrærne er valgt ut med sannsynlighet proporsjonal med grunnflaten, f. eks. valgt ut med relaskop, vil det teoretisk være riktigst å estimere bestandets høydeklasse etter uttrykket:

$$Hkl = \frac{\sum \frac{vn}{g}}{\sum \frac{vn_{1,0}}{g}} \quad (16)$$

der g = treets grunnflate.

Det blir som regel liten forskjell mellom prøvetreutvalg proporsjonalt med grunnflaten og proporsjonalt med volumet i høydeklasse 1.0. I praksis kan derfor bestandets høydeklasse estimeres som gjennomsnittet av prøvetrærnes høydeklasser (funksjon (15)) også når prøvetrærne er valgt ut med sannsynlighet proporsjonal med grunnflaten, eller andre tilsvarende utvelgingsmåter.

For hvert av de 535 feltene er høydeklassen beregnet både med funksjon (14) og funksjon (15). I begge tilfelle er alle trær i materialet med diameter 10 cm eller større tatt med. Gjennomsnittlig høydeklasse for alle felt ble praktisk talt den samme med de to funksjonene, 1.37.

Differensen i høydeklasse mellom funksjonene (14) og (15) ble funnet for hvert felt. Største differens for et felt var 0.13. Middelvirket for differensen var 0.030, eller 2.2 % av gjennomsnittlig høydeklasse. Disse tallene gir et

begrep om størrelsen av feilen i høydeklasse hvis funksjon (15) brukes når alle trær på et felt er medtatt. Tallene skulle også antyde feilstørrelsen dersom gal funksjon brukes på et sampel av prøvetrær.

Noen stikkprøver viser, som rimelig er, at differensen i høydeklasse synes å være størst når helningen (eller formen) på feltets høydekurve avviker betydelig fra høydeklassekurvene. Med funksjon (14) vil små trær telle mindre, og store trær mer, på feltets høydeklasse enn med funksjon (15). Dette fører til at når feltets høydekurve er brattere enn høydeklassekurvene, vil funksjon (14) som regel gi litt større gjennomsnittlig høydeklasse enn funksjon (15), og omvendt når feltets høydekurve er flatere enn høydeklassekurvene, forutsatt at de samme trær brukes ved begge beregninger. Hvis feltets høydekurve samsvarer noenlunde med en av høydeklassekurvene, vil de to beregningsmåtene som regel gi små forskjeller.

C. Kontroll av de nye høydeklassekurvene

Det er ikke utført så omfattende kontroller av høydekurvene for de nye høydeklassene som for kurvene basert på høydenivå i kap. V. Kontrollene er utført på tilnærmet samme måte. Trær med diameter under 10 cm er ikke tatt med.

Ved kontrollberegningene er den høydeklassen som er beregnet med funksjon (14) brukt for feltet. Høydekurven for denne høydeklassen er så brukt som feltets høydekurve. Dif og gjennomsnitt av Dif er beregnet på tilsvarende måte som for høydenivåkurvene (se kap. V. A, punkt 3—4 under beskrivelse av kontrollmetodikk).

Resultatet av kontrollen av de nye høydeklassekurvene mot hele materialet under ett framgår av fig. 12. Figuren viser at de nye høyde-

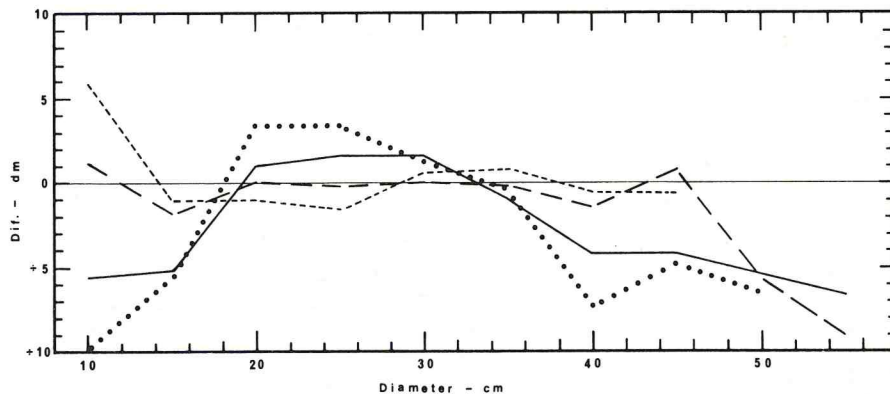


Fig. 12. Kontroll av høydekurvene basert på de nye høydeklassene mot hele materialet.
Control of the height curves based on the new tariff tables towards all the data.

- Hkl \leq 1.10
- _____ 1.10 < Hkl \leq 1.40
- _____ 1.40 < Hkl \leq 1.70
- Hkl > 1.70

klassek
samt na
cm gir k
gene er
det kun
10 cm s
høyder.
enn for

Fig. 1

høyder

Stan

de nye k

Dette e

nivå.

Som

middel

hver av

grovt s

nivåkur

middel

Nærme

varierer

De n

store h

gir noe

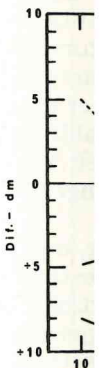


Fig. 13. F

r

C

G

klassekurvene stort sett gir ganske god tilpasning til materialet. Figuren, samt nærmere undersøkelser, viser at for diametre fra ca. 11 cm til 16—17 cm gir kurvene for store høyder i store høydeklasser (over ca. 1.40). Utslagene er størst ved diameter 13 cm; dette har utvilsomt sammenheng med det kunstige knekkpunktet på kurvene ved denne diameter. Ved diameter 10 cm ser det ut til at kurvene for de fleste høydeklasser gir litt for lave høyder. Utslagene for små diametre er noe større for høydeklassekurvene enn for kurvene basert på høydenivå, spesielt for de store høydeklassene.

Fig. 12 tyder også på at de nye høydeklassekurvene kan gi litt for store høyder ved store diametre.

Standardavviket for Dif, som svarer til residualspredningen i høyde for de nye høydeklassekurvene, er 1.78 m eller 9.5 % av gjennomsnittshøyden. Dette er praktisk talt det samme som for høydekurvene basert på høydenivå.

Som nevnt foran (kap. V.C.4) er feltene delt i 3 grupper etter feltets middeldiameter. Høydeklassekurvene er også kontrollert mot materialet i hver av disse gruppene. Resultatet er vist i fig. 13. Fra disse kurvene kan grovt sett trekkes noenlunde tilsvarende konklusjoner som for høydenivåkurvene (kap. V.C.4), men en del utslag er noe større. Ved store middeldiametre synes de nye høydeklassekurvene å være noe for stive. Nærmere undersøkelser tyder på at gjennomsnittene av Dif stort sett varierer lite med høydeklassen innen hver gruppe av middeldiametre.

De nye høydeklassene må ikke brukes for diametre under 10 cm. For store høydeklasser (over ca. 1.40) er det sannsynlig at høydeklassekurvene gir noe for store høyder i diameterintervallet fra ca. 11 cm til ca. 16 cm.

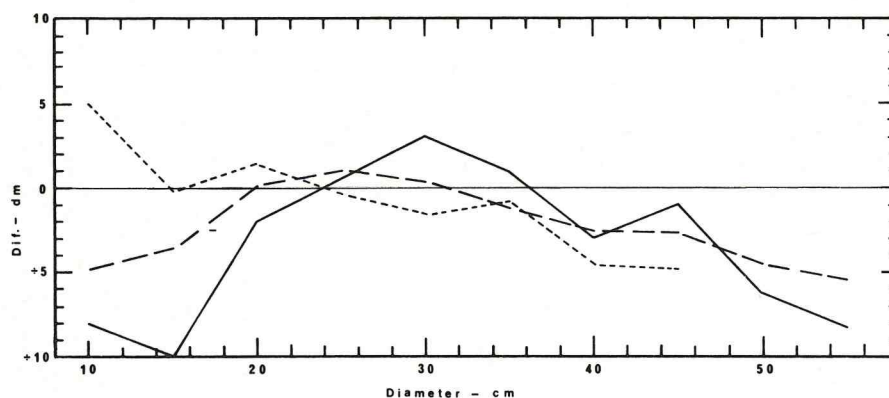


Fig. 13. Kontroll av høydekurvene basert på de nye høydeklassene etter feltets middeldiameter, \bar{d} .

Control of the height curves based on the new tariff tables according to the mean diameter, \bar{d} , of the plot.

— $\bar{d} \geq 29$ cm
 - - - $23 \text{ cm} \leq \bar{d} \leq 28$ cm
 ···· $\bar{d} \leq 22$ cm

De nye høydeklassekurvene er bare kontrollert med hensyn på høyder, og ikke volum. I eldre bestand finnes som regel en relativt liten del av volumet i lave diameterklasser. Selv om det i disse diameterklassene skulle være forholdsvis store feil på høyden, og dermed volumet, behøver derfor ikke disse feilene gi feil av noen betydning på bestandsvolumet.

VII. Sammenligning med andre høydekurver

I fig. 14 er høydekurvene basert på høydenivå sammenlignet med noen høydekurver for bestand etter tynning i ensaldret naturskog i Sør-Norge (Østlandet og Sørlandet), beregnet etter *Vestjordet* (1972). Når grunnflateveid middelhøyde er stor, stemmer høydekurvene godt overens. Med avtagende middelhøyde blir overensstemmelsen dårligere, særlig ved at *Vestjordet's* kurver da er flatere enn de nye kurvene. For samme middelhøyde tiltar muligens overensstemmelsen litt med økende grunnflate-middeldiameter.

Grunnlaget for de nye høydekurvene og *Vestjordet's* (l.c.) høydekurver er forskjellig både når det gjelder grunnmateriale, beregningsmetode og funksjonstype. Forskjellene i beregningsmetode og funksjonstype vil ganske sikkert alene gi noe forskjellige kurveforløp, med størst avvik i utkannten av materialet. Men den vesentlige grunnen til avvikene i høydekurvene antas å være forskjeller i grunnmaterialet. *Vestjordets* (l.c.) høydekurver er basert på NISK's materiale fra ensaldrede granbestand, men det er ikke undersøkt i hvilken grad dette materialet er representativt for ensaldrede norske granbestand i sin alminnelighet. De nye høydekurvene er, som omtalt i kap. II, basert på et nokså heterogent materiale fra mange bestandstyper i eldre granskog.

De nye høydekurvene er basert på materiale fra eldre granskog, mens høydekurvene til *Vestjordet* (l.c.) gjelder for både yngre og eldre bestand. Det er sannsynlig at de yngre bestandene er sterkest representert blant bestand med lave middelhøyder i hans materiale, og at dette kan være en av grunnene til den økende forskjellen mellom de to høydekurvesettene med avtagende middelhøyde (fig. 14).

Sammenligningen i fig. 8 viser imidlertid at også på de eldre forsøksfeltene og bledningsfeltene fra NISK som er tatt med i denne undersøkelsen, har høydekurvene tendens til å være flatere enn de nye høydekurvene.

Høydekurvene for de nye høydeklassene og for Vigerusts høydeklasser er framstilt i fig. 15. Det framgår her at høydekurvene for de nye høydeklassene er betydelig brattere enn høydekurvene for Vigerusts høydeklasser.

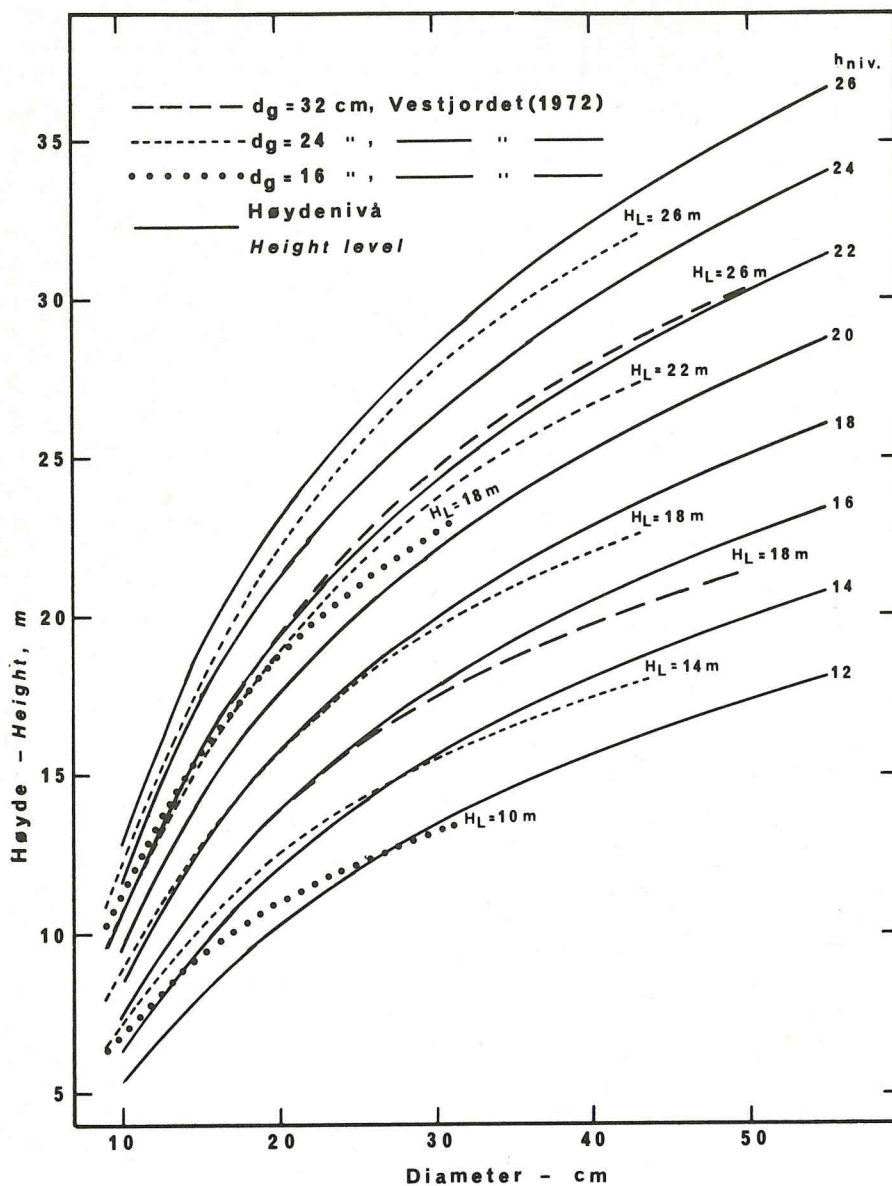


Fig. 14. Høydekurver basert på høydenivå og noen kurver for bestand etter tynning i ensaldret naturskog i Sør-Norge etter VESTJORDET (1972).
Height curves based on height level and some curves for stands after thinning in even-aged natural forest in Southeast Norway after VESTJORDET (1972).

å høyder,
en del av
sene skul-
ver derfor
t.

er

med noen
Sør-Norge
unnflate-
. Med av-
ig ved at
e middel-
unnflate-

dekurver
etode og
e vil gan-
k i utkan-
ekurvne
kurver er
et er ikke
saldrede
e er, som
lange be-

og, mens
bestand.
ert blant
n være en
vesettene

orsøksfel-
søkelsen,
urvne.
deklasse-
re høyde-
s høyde-

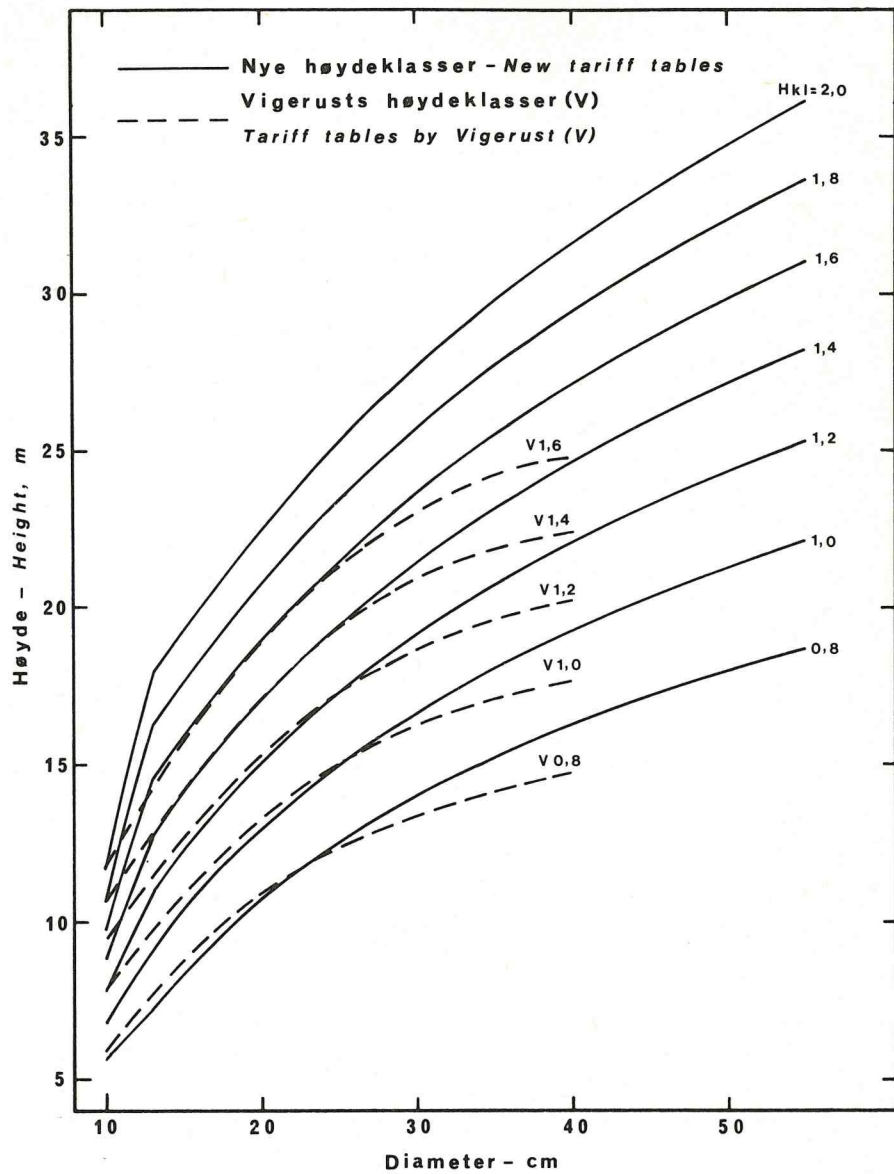


Fig. 15. Høydekurver basert på de nye høydeklassene og for Vigerusts høydeklasser.
 Height curves based on the new tariff tables and for the tariff tables by Vigerust.

B
 mate
 sette
 D
 Høye
 10 cr
 minc
 (8) gi
 vil ir
 P
 to pr
 der i
 høye
 minc
 kurv
 høye
 som
 prim
 sige.
 hete
 B
 tilnå
 relat
 anta
 nom
 en d
 D
 best
 høye
 høye
 bere
 ca. 1
 nye
 det,
 dets
 I
 prøv
 gjen
 som
 S
 for r
 klas
 Diss
 en f
 klas

VIII. Bruk av de nye høydekurvene

A. Generelt

Begge de presenterte høydekurvesettene er beregnet på grunnlag av materiale fra eldre granbestand. Det er derfor rimelig at begge kurvesettene vil passe best for denne bestandstypen.

De nye høydeklassekurvene må ikke brukes for diametre under 10 cm. Høydekurvene basert på høydenivå er også usikre for diametre under 10 cm. I de tilfelle det er nødvendig å bruke høydekurver som også dekker mindre diametre enn 10 cm, vil muligens høydenivåkurvene etter funksjon (8) gi noenlunde rimelige tilnærmelser. Høydekurvene fra *Vestjordet* (1972) vil imidlertid trolig gi riktigere høyder for disse smådimensjonene.

Praktiske hensyn vil sannsynligvis ha størst betydning for hvilket av de to presenterte høydekurvesettene en vil bruke. Kontrollberegningene tyder på at høydekurvene basert på høydenivå stort sett vil gi litt riktigere høydekurver enn de nye høydeklassekurvene, spesielt når det er en del mindre dimensjoner i bestandet. Men forskjellene i tilpassing for de to kurvesettene er stort sett små. I de tilfelle det er av interesse å *beskrive* høydekurven i et bestand, vil trolig høydekurvene basert på høydenivå som regel gi best resultat. Er derimot *beregning av bestandsvolumet* det primære, vil trolig de nye høydeklassekurvene være mest hensiktsmessige. Det er imidlertid ikke foretatt nærmere undersøkelser over nøyaktigheten ved volumbestemmelse med de to kurvesettene.

Begge de nye høydekurvesettene gjør det mulig å komme fram til en tilnærmet høydekurve og en volumberegning for et bestand med måling av relativt få prøvetrær. Men nøyaktigheten vil selvsagt øke med økende antall prøvetrær. Begge høydekurvesettene representerer imidlertid gjennomsnittlige høydekurver. Høydekurvene for enkeltbestand kan avvike en del både i helning og form fra kurvene i settene.

Det er meget vanskelig å angi hvor mange prøvetrær det bør være i et bestand før en «egen» bestandshøydekurve bør brukes framfor et av høydekurvesettene. Dette vil bl. a. avhenge av hvor godt kurven fra høydekurvesettet passer for det enkelte bestand. Det er ikke foretatt noen beregninger for å undersøke dette, men det kan antydes at med færre enn ca. 15—20 prøvetrær vil det sannsynligvis som regel svare seg å bruke de nye høydekurvene. Er det mer enn f. eks. omkring 50 prøvetrær i bestandet, vil trolig en egen høydekurve gi en nøyaktigere beskrivelse av bestandets høydekurve enn en høydekurve fra settet.

Det er av interesse å kunne gjøre et anslag på forhånd over antall prøvetrær som bør tas i et bestand hvis en ønsker en bestemt middelfeil på gjennomsnittlig høydeklasse eller gjennomsnittlig h_{niv} . Dette kan gjøres som omtalt nedenfor.

Standardavviket i høydeklasse for trærne innen felt er i gjennomsnitt for materialet beregnet til 0.175, eller ca. 13 % av gjennomsnittlig høydeklasse. (For felt med lave høydeklasser er standardavviket litt mindre.) Disse tallene kan brukes til overslag over ønskelig prøvetreantall. Dersom en f. eks. ønsker en middelfeil på et bestands gjennomsnittlige høydeklasse på 0.04 høydeklasse-enheter, og en regner at standardavviket for

1=2,0

1,8

1,6

1,4

1,2

1,0

0,8

ser.
Vigerust.

høydeklassen ligger omkring gjennomsnittet (ca. 0.18 høydeklasse-enheter), bør en ta omtrent $n = 0.18^2/0.04^2 = \text{ca. } 20$ prøvetrær i bestandet. Er kravet derimot at middelfeilen på høydeklassen skal være f. eks. 4 % av gjennomsnittlig høydeklasse, bør en ta omtrent $n = 13^2/4^2 = \text{ca. } 11$ prøvetrær. Halveres kravet til middelfeil, må en ta omtrent 4 ganger så mange prøvetrær. Dersom en antar at standardavviket for høydeklassen er større eller mindre enn gjennomsnittet, endres telleren i uttrykket for n tilsvarende. Dersom en regner med korreksjon for endelig populasjon, vil en komme fram til litt færre prøvetrær i de tilfelle prøvetreantallet utgjør en relativt stor del av de klavede trærne.

For h_{niv} kan tilsvarende beregninger gjennomføres. Standardavviket i h_{niv} for trærne innen felt er i gjennomsnitt beregnet til 1.87 m, eller ca. 10 % av gjennomsnittlig h_{niv} . Hvis en ønsker å bestemme den gjennomsnittlige h_{niv} i et midlere bestand med en middelfeil på f.eks. 0.5 m, bør en ta omtrent $n = 1.87^2/0.5^2 = \text{ca. } 14$ prøvetrær.

Høydekurvene basert på høydenivå og for de nye høydeklassene kan brukes på omtrent samme måte, men anvendelsesmulighetene kan også være noe forskjellige, spesielt ved volumberegning. Høydekurvene basert på høydenivå har ingen direkte sammenheng med volum, mens kurvene for de nye høydeklassene er definert ut fra nyttbart volum. Bruken av de to kurvesettene blir omtalt hver for seg, selv om det kan være en del felles trekk.

B. Bruk av kurvene basert på høydenivå

Ved anvendelse av kurvene må det først finnes ut hvilket nivå bestandets høydekurve ligger på, eller med andre ord, bestandets h_{niv} må beregnes på grunnlag av prøvetrær fra bestandet. Dette kan gjøres slik:

1. For hvert prøvetre finnes h_{niv} , d.v.s. h_{niv} for den høydekurven i settet som samsvarer med treets høyde. Denne «treets h_{niv} » kan finnes a) fra tab. 4, eller b) fra en grafisk framstilling av høydekurvene, eller c) den kan beregnes ved å løse funksjon (7) eller (8) m.h.p. h_{niv} . Den kan beregnes med funksjon (9) når diameteren er 15 cm eller større. For diameterer under 15 cm finnes h_{niv} ut fra funksjon (8):

$$h_{\text{niv}} = 19.0 \frac{h}{d} + 1.9 \quad (17)$$

De tre beregningsmåtene vil gi samme resultat.

2. Gjennomsnittlig h_{niv} for prøvetrærne beregnes. Høydene for den høydekurven i settet som svarer til denne gjennomsnittlige h_{niv} kan så leses av i tab. 4 eller kurvesett, eller de kan beregnes med funksjonene (7) og (8).

Denne beregningsmåten svarer til den som ble brukt ved kontroll av kurvene i kap. V.

Det er ikke undersøkt hvordan prøvetrærne bør tas ut for å oppnå best mulig estimering av høydekurven basert på høydenivå. Hvis en ønsker best mulig beskrivelse av høydekurven for alle diametertrinn i bestandet, er det sannsynligvis best å ta ut prøvetrærne tilfeldig, eller med samme prøvetrekvotient i alle diameterklasser. Hvis en primært er interessert i å

bruke
det ha
er nøy
Dette s
større
med sa
høydel
dre dir
tilfelle

Det
bestan
høyde
kes, m
spres
på bes
settet.
matisk

Høy
nyttba
utgang

I ka
utvalg

Del

bereg
høyde

Vol

bart v
tallene

høyde

Vol

for be
sjonsa

høyde

De

kan de
volum

Føl

ca. 10-

ca. 13-

ca. 17-

over c

(T)

klasse

bruke høydekurven ved volum- eller verdibestemmelse for bestandet, vil det ha størst betydning for nøyaktigheten at høyden, og dermed volumet, er nøyaktig bestemt for de større og midlere dimensjoner i bestandet. Dette skulle en vente å oppnå ved å ta ut relativt flere prøvetrær blant de større dimensjoner enn blant de mindre, f. eks. ved å ta ut prøvetrærne med sannsynlighet proporsjonal med grunnflate, volum eller verdi. Men høydekurven vil da sannsynligvis bli mindre nøyaktig bestemt for de mindre dimensjoner i bestandet. En vil her kunne få spesielt store feil i de tilfelle bestandets høydekurve avviker fra høydekurvene i settet.

Det er nærliggende å bestemme h_{niv} ved å måle høydene på en del trær i bestandet med diameter ca. 25 cm, og bruke gjennomsnittet av disse høydene som bestandets h_{niv} . Metoden er relativt enkel og kan nok brukes, men feilmulighetene vil utvilsomt være større enn om prøvetrærne spres over diameterskalaen. Feilene vil kunne bli store i de tilfelle formen på bestandets virkelige høydekurve avviker fra formen på høydekurvene i settet. Hvis prøvetrærne velges ut subjektivt, kan det også oppstå systematiske feil p.g.a. utvelgingsmåten.

C. Bruk av de nye høydeklassekurvene

Høydekurvene for de nye høydeklassene er beregnet på grunnlag av nyttbart volum med bark, og med høydekurven for høydeklasse 1.0 som utgangspunkt. Denne høydekurven er den samme som for $h_{niv} = 15$ m.

I kap. VI B er omtalt hvordan høydeklassen bør beregnes med ulike utvalgsmetoder for prøvetrær.

Det synes spesielt viktig for resultatet av volumberegningen at riktig beregningsmåte for høydeklassen brukes i de tilfelle formen på bestandets høydekurve avviker fra formen på høydekurven for høydeklassen.

Volumberegning etter de nye høydeklassene kan foretas ved at nyttbart volum for alle trærne i bestandet først finnes med bruk av volumtallene for høydeklasse 1.0. Dette volumet multipliseres så med bestandets høydeklasse for å få nyttbart volum i bestandet.

Volumet kan også beregnes ved å bruke volumtallene fra tab. 5 direkte for bestandets høydeklasse. Dette kan medføre enten en del interpolasjonsarbeid i tabellen, eller avrundingsfeil hvis volumtallene for nærmeste høydeklasse i tabellen brukes.

Dersom en ønsker å beregne totalt volum istedenfor nyttbart volum, kan dette gjøres ved å addere toppenes volum til det beregnede nyttbare volumet.

Følgende tall for $t =$ toppens volum kan brukes:

d	t
ca. 10—ca. 13 cm	ca. 7 dm ³
ca. 13—ca. 17 cm	ca. 6 dm ³
ca. 17—ca. 24 cm	ca. 5 dm ³
over ca. 24 cm	ca. 4 dm ³

(Tallene er beregnet med funksjon (13) og avrundet litt. For høydeklasser under 1.0 er tallene ovenfor ca. 1 dm³ for store.)

IX. Sammendrag

Formålet med undersøkelsen er å utarbeide et sett av høydekurver for eldre granbestand. Materiale fra 535 felt (23 298 trær) i Sør-Norge, Trøndelag og Helgeland er brukt til å beregne et sett av høydekurver basert på høydenivå (funksjonene (7) og (8), tab. 4). Høydenivået, h_{niv} , er angitt som trehøyden for brysthøydiameter 25 cm. Diverse kontroller viser relativ god tilpasning for høydekurvene innen ulike grupperinger av materialet.

Det er også laget nye høydeklasser for gran. Høydekurven for den nye høydeklasse 1.0 er gitt ved funksjon (10), og er den samme som for $h_{niv} = 15$ m. Høydekurvene for de øvrige høydeklassene er beregnet slik at nyttbart volum med bark (til 7 cm topp m.b.) blir lik tilsvarende volum i høydeklasse 1.0 multiplisert med høydeklassen. Nyttbart volum for de nye høydeklassene er gjengitt i tab. 5, og trehøydene i tab. 6. Kontroller tyder på at disse høydekurvene gir noe for store høyder for diametre under 15–20 cm i store høydeklasser. Ellers synes de å gi akseptabel tilpasning. Kurvene må ikke brukes for diametre under 10 cm.

Begge de nye høydekurvesettene gir brattere høydekurver enn Vigestrusts høydekurver.

I kap. VIB er omtalt hvordan høydeklassen for et felt bør beregnes. Hvis prøvetrærne er tatt ut tilnærmet proporsjonalt med volum eller grunnflate (f. eks. med relaskop), kan feltets høydeklasse bestemmes som gjennomsnittet av prøvetrærnes høydeklasser.

Bruken av begge de nye høydekurvesettene er nærmere omtalt i kap. VIII.

The
have b
these l
curves

Th
curves
diame

A l

Th
Norw
heigh
this ir

Th
resear
data c
plots
aim h
stand

Fr

plots,

Ta
distri
know

volum
Norw
altitu

So

2 and

To
heigh
diamo
in alr

Pa

ons (c
heigh
d = 2

The l
least

to us

Th

propo
other
linea
estim

Stand height curves and new tariff tables for Norway spruce

The series of height curves in the Norwegian tariff tables by *Vigerust* have been used in Norway for more than 40 years. It has been claimed that these height curves for spruce in many cases do not fit with the real height curves of stands.

The aim of this work has been to prepare a simple set of stand height curves (height over diameter) for older spruce stands, preferably with diameter and height as the only entrances.

A list of symbols is given on page 27.

The data were collected from plots and stands in Southeast and Mid-Norway. At least 25 trees in each plot were measured for diameter breast height over bark and tree height. The data were not collected especially for this investigation, but accumulated from different sources.

The data are rather heterogeneous, from even-aged and homogeneous research plots to uneven-aged and heterogeneous stands. About half of the data derive from records of trees marked for final cutting, the others are plots or stands measured for one reason or another in older forest. Since the aim has been to prepare stand height curves for normal, older spruce stands, the use of such data is considered an advantage.

From each plot about 25–60 sample trees were selected. Data from 535 plots, including 23 298 sample trees, were used.

Table 1 shows the distribution of all the plots on counties, and Fig. 1 the distribution on site quality classes for the 448 plots where site class is known. In both cases the distributions correspond rather well with the volume distribution of spruce according to the National Forest Survey of Norway. Fig. 2 shows a fairly satisfactory distribution of the plots on altitudes within different parts of the country.

Some further distributions of plots and sample trees are given in Tables 2 and 3.

To express the level of the height curve of the individual plot, the tree height at $d = 25$ cm was chosen. This diameter is very near to the mean diameter of the data (25.3 cm), and trees of about this diameter were found in almost all plots.

Partly based on the experience of *Vestjordet* (1972), the height functions (1), (2) and (3) were tried on a sample of plots, both to describe the height curves of the plots, and to estimate the tree height of the plots at $d = 25$ cm. The differences between the three functions were very small. The logarithmic function (1) was selected, both because it seemed to be at least as good as the others, and because it is the cheapest and simplest one to use.

The sample trees in the data were selected by different principles: from proportional to the number of trees to proportional to basal area, or by other principles. If the relationship between $\log d$ and height in a plot is not linear, the distribution of the sample trees on diameters may influence the estimated regression equation. In 89 plots, where the sample trees were

selected approximately proportional to basal area, the height curves were calculated in two ways:

- a) directly, without weighting
- b) by weighting back, to make the distribution of sample trees approximately correspond to the distribution of trees in the population.

The method a) gave significantly flatter height curves than method b). Mean regression coefficients were 25.54 and 26.31, respectively. The mean differences in height at some diameters, shown on page 36, are all significant, but hardly of any practical importance, especially at $d = 25$ cm. Therefore, the following regression calculations were done directly without weighting, independent of the selection method of sample trees. These calculations indicate, however, that the relationship between $\log d$ and height is probably not quite linear.

The height function (1) was estimated for each plot in the data. h_{25} , the height at $d = 25$ cm according to this function, was then calculated and used to show the level of the individual plot's height curve. In the further regression calculations, h_{25} was used as a variable for the sample trees in the plot (h_{25} having the same value for all trees in the same plot).

Alternative regression functions, expressing tree height as a function of d and h_{25} , was calculated based on the 23 298 trees. Based on tests and some graphic comparisons, function (4) was selected as the best.

Function (4) does not give $h = h_{25}$ when $d = 25$ cm. It was therefore adjusted in the following way: When $d = 25$ cm, the height according to function (4) is given by function (5). This h_{niv} shows the level of the height curve from function (4) at $d = 25$ cm. From function (5), h_{25} can be expressed as function (6). When this value of h_{25} is set into function (4), the height will be expressed as a function of h_{niv} and $\log d$, function (7).

The height curves according to the functions (4) and (7) will be the same, but function (7) has the advantage that $d = 25$ cm gives $h = h_{niv}$.

For diameters less than 15 cm it was found that straight lines from $d = 15$ cm to the origin corresponded better with the data than the functions (4) and (7). These straight lines are expressed by function (8).

Table 4 shows heights according to function (7) for $d \geq 15$ cm and function (8) for $d < 15$ cm.

The height curves based on h_{niv} were tested towards all the data joined, and towards subgroups of the data, using the following technique:

1. For each individual tree, h_{niv} was calculated for the height curve corresponding to the height of the tree by converting function (7) to function (9).
2. The mean of h_{niv} was found for the trees in each plot, and the height curve from function (7) for this mean h_{niv} was used as the height curve of the plot.
3. For each tree, $Dif =$ real height of the tree minus height from this height curve, was calculated.
4. Means of Dif for all the data and different data groups were found. These means were used to show possible bias of the function (mostly without statistical tests).

In
meter
appro
Th
with l
Fi
h_{niv} f
of h_{ni}
to 12
Th
that l
basic
Sc
trees.
plots
from
simp
Th
plots
Fig. 1
trial
nings
In
Norw
height
funct
Th
Vestj
diam
tions
num
multi
volur
Table
Th
funct
the ir
height
Fi
the r
bers,
(The
funct
T
vn/v
Fi
(14) l

In these controls, function (7) was used for all diameters. But for diameters less than 15 cm the control results were adjusted to become approximately valid for function (8), and for the figures in Table 4.

The results of the controls are shown in the Figs. 3—10 (diameter classes with less than 10 trees are not shown).

Fig. 3 shows that for all the basic data joined the height curves based on h_{niv} fit rather well. Some relatively small deviations appear at large values of h_{niv} and in diameter class 10 cm (which is dominated by trees from 10 cm to 12 cm).

The results of the controls presented in the Figs. 4 to 9 also indicate that height curves based on h_{niv} fit rather well for most sub-groups of the basic data.

Some additional controls have been performed on plots with many trees. These show the height curve based on h_{niv} to fit rather well in most plots, but in a few plots the «true» height curve deviates quite noticeably from the height curve based on h_{niv} . This has to be expected for such a simple set of height curves.

The height curves based on h_{niv} were also tried on thinnings from 21 plots in the Norwegian cutting studies (Samset et al. 1969). The results in Fig. 10 show a surprisingly good applicability for this material. This small trial indicates that the curves may also be used, with caution, for thinnings.

In Chapter VI, the new tariff tables and corresponding height curves for Norway spruce are described. As basis for the new tariff number 1.0 the height curve for $h_{niv} = 15$ m, from function (7), was used expressed by function (10).

The new tariff tables were further based on functions (11)—(13) (from Vestjordet 1967 and 1968) for merchantable volume over bark to 7 cm top diameter over bark. Merchantable volume was calculated with these functions for diameters from 10 cm to 55 cm and heights for the new tariff number 1.0 (function 10). These volumes for tariff number 1.0 were then multiplied by the factors 0.8—0.9—1.1—1.2 etc. to give the merchantable volumes of the respective new tariff numbers. These volumes are given in Table 5.

The tree heights for the new tariff numbers were found by solving the functions (11) or (12) with regard to h , i.e. to find the tree heights which give the individual merchantable volumes of Table 5. Table 6 shows these tree heights.

Fig. 11 shows relatively good agreement between the height curves of the new tariff tables and those based on h_{niv} . For the higher tariff numbers, however, there are some differences for diameters less than 15—20 cm. (The breaks in the height curves at $d = 13$ cm are due to the two volume functions used.)

The tariff number of an individual tree can be found as the ratio $vn/vn_{1.0}$, or from Table 6.

For a plot or stand, the «true» tariff number can be found with function (14) by summation over *all* trees in the population. Function (14) should

also be used when the sample trees are selected with the same probability for all diameters.

Function (15) should be used to estimate the mean tariff number when sample trees are selected with probability proportional to $vn_{1.0}$. If sample trees are selected with probability proportional to basal area, function (16) would be the most correct to use, but the simpler function (15) will give almost the same result.

The control of the height curves for the new tariff tables was performed in a similar way as previously. The mean tariff number of each plot was found by function (14), and the height curve for this tariff number was used for the plot.

Fig. 12 shows that the height curves for the new tariff tables generally fit rather well for all the data joined. But there are some deviations, especially for diameters less than about 17 cm. The standard deviation of Dif is 1.78 m (9.5 % of average height), or almost the same as for the height curves based on h_{niv} .

Fig. 13 shows the results of controls within groups of plot mean diameters. These are rather similar to the results in Fig. 7 for h_{niv} , but for larger mean diameters the height curves for the new tariff tables seem a bit too straight.

The new tariff tables should not be used for diameters less than 10 cm.

In Fig. 14 the height curves based on h_{niv} are compared with some height curves for stands after thinning in even-aged, natural stands of spruce in Southeast Norway from Vestjordet (1972). The agreement is good for the larger mean heights. At lower mean heights his curves are flatter than the curves based on h_{niv} . The reason is probably differences in the data. His data consisted of even-aged plots, and it is likely that the plots with lower mean heights in his data derived mainly from younger stands.

Fig. 15 shows the height curves for the new tariff tables to be clearly steeper than the height curves for the tariff tables by Vigerust.

The applications of the two sets of new height curves are discussed in Chapter VIII. Where the main object is to describe the height curve of a stand, the curves based on h_{niv} are likely to be more relevant. But if calculation of stand volume is the main purpose, the new tariff tables should be simplest to apply. The accuracy of volume estimation by the two sets of curves has not been investigated.

The average standard deviation in tariff number for trees within plots is 0.175, or about 13 % of mean tariff number. Correspondingly, the standard deviation in h_{niv} within plots is 1.87 m, or about 10 % of mean h_{niv} . These figures may be used to estimate the approximate number of sample trees to be measured to obtain a given standard error.

The mean h_{niv} of a stand may be found as explained in items 1 and 2 in the description of the control method. For diameters less than 15 cm h_{niv} can be calculated by function (17), which has been developed from function (8). h_{niv} may also be read from Table 4 for the individual trees.

When the mean h_{niv} for a stand has been found, the height curve can be calculated by functions (7) and (8), or it may be read from Table 4.

Using the new tariff tables, the mean tariff number of a stand has to be found as explained earlier. The total merchantable volume of the stand can then be found by multiplying the total merchantable volume for tariff number 1.0 by the mean tariff number of the stand. The volumes in Table 5 may also be used directly for the mean tariff number of the stand.

ie probability

number when
1.0. If sample
, function (16)
(15) will give

as performed
each plot was
number was used

s generally fit
ns, especially
of D_{iv} is 1.78 m
curves based

ot mean dia-
 h_{niv} , but for
les seem a bit

s than 10 cm.
ed with some
ral stands of
ment is good
res are flatter
rences in the
hat the plots
nger stands.
to be clearly
ust.

discussed in
ght curve of a
evant. But if
r tariff tables
on by the two

within plots is
the standard
 h_{niv} . These
sample trees

ms 1 and 2 in
than 15 cm
veloped from
vidual trees.
curve can be
table 4.

Litteratur

- Bækken, A. O.* 1932. Om beregning av massetilveksten i granskog (Über Berechnung des Massenzuwachses im Fichtenwald). Meddr norske SkogforsVes. 4: 591—625.
- Curtis, R. O.* 1967. Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth douglas-fir. Forest Sci. 13: 365—75.
- Dalfelt, A.* 1972. En undersøkelse over Vigerusts høydeklasser. Hovedoppgave i skogtaksasjon. Norges Landbrukshøgskole. Maskinskrevet. 36 pp + 10 tab.
- Fitje, A.* 1967. Feil ved høydemåling på enkelttrær (Errors in the height measurement of individual trees). Meddr norske SkogforsVes. 22: 103—37.
- Henriksen, H. A.* 1950. Højde-diameter diagram med logaritmisk diameter. Dansk Skovforen. Tidsskr. 35: 193—202.
- Institutt for skogtaksasjon* 1973. Årsmelding 1971—72. Institutt for skogtaksasjon. Norges Landbrukshøgskole. 65 pp.
- Landbruksdepartementet* 1970. Bestemmelser om måling av skogsvirke som selges på rot. Fastsatt av Landbruksdepartementet 20. juni 1970. 10 pp.
- Landsskogtakseringen* 1970. Taksering av Norges skoger. Landsskogtakseringen 50 år. Oslo. 210 pp.
- Näslund, M.* 1929. Antalet provträd och höjdkurvans noggrannhet (Die Anzahl der Probestämme und die Genauigkeit der Höhenkurve). Meddn St. SkogsforsAnst. 25: 93—170.
- 1936. Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök i tallskog. Primärbearbetning (Die Durchforstungsversuche der forstlichen Versuchsanstalt Schwedens in Kiefernwald. Primärbearbeitung). Ibid. 29: 1—170 + 5 tab.
- Petterson, H.* 1955. Barrskogens volymproduktion (Die Massenproduktion des Nadelwaldes). Meddn St. SkogforskInst. 45.1: 391 pp + 189 pp.
- Samset, I.* 1950. Hogstundersøkelser i norsk granskog (Cutting studies in Norwegian spruce forest). Meddr norske SkogforsVes. 10: 397—594.
- , *Strømnes, R. & Vik, T.* 1969. Hogstundersøkelser i norsk gran- og furuskog (Cutting studies in Norwegian spruce and pine forests). Ibid. 26: 293—607.
- Schmidt, A.* 1967. Der rechnerische Ausgleich von Bestandeshöhenkurven. Forstwiss. ZentBl. 86: 370—82.
- Strand, L.* 1959. Nøyaktigheten ved noen metoder til bestemmelse av kubikk- og tilvekstmassen på prøveflater (The accuracy of some methods for estimating volume and increment on sample plots). Meddr norske SkogforsVes. 15: 277—392.
- Vestjordet, E.* 1967. Funksjoner og tabeller for kubering av stående gran (Functions and tables for volume of standing trees. Norway spruce). Ibid. 22: 539—74.
- 1968. Volum av nyttbart virke hos gran og furu basert på relativ høyde og diameter i brysthøyde eller ved 2.5 m fra stubbeavskjær (Merchantable volume of Norway spruce and Scots pine based on relative height and the diameter at breast height or 2.5 m above stump level). Ibid. 25: 411—89.
- 1972. Diameterfordelinger og høydekurver for ensaldrede granbestand (Diameter distributions and height curves for even-aged stands of Norway spruce). Ibid. 29: 469—557.

Meddelelser fra Norsk institutt for skogforskning er fra 1974 en fortsettelse av følgende 3 publikasjonsrekker:

Meddelelser fra Det norske Skogforsøksvesen, 1920—73, 30 bind.

Meddelelser fra Vestlandets forstlige forsøksstasjon, 1917—73, 14 bind.

Taksering av Norges skoger, 1920—70, 36 publikasjoner.

Starting in 1974, Reports of The Norwegian Forest Research Institute will continue as a joint publication of the following three series:

Reports of The Norwegian Forest Research Institute, 1920—73, 30 volumes.

Reports of The Forest Research Institute of West Norway, 1917—73, 14 volumes.

Taksering av Norges skoger (National Forest Survey of Norway), 1920—70, 36 publications.