

MEDDELELSER
FRA
DET NORSKE SKOGFORSØKSVESEN
BIND XXII

Reports of
The Norwegian Forest Research Institute

VOLLEBEKK 1967

ALF LANGSÆTER

Festskrift utgitt til ære for
skogdirektør, professor, dr. agr.

Alf Langsæter
på hans 70-års dag

*Report Published in Honour of
Director of Forestry, Professor Dr. Agr.*

*Alf Langsæter
on his Seventieth Birthday*

VOLLEBEKK 1967

EGIL VESTJORDET

Funksjoner og tabeller for kubering
av stående gran

*Functions and Tables for Volume of Standing
Trees. Norway Spruce*

Innhold

Forord	543
I. Innledning	545
II. Materialet	546
III. Valg av utjevningfaktorer	551
IV. Beregning og prøving av funksjoner	552
A. Volum med bark	555
1. Funksjoner for små og store dimensjoner	555
2. Funksjoner for naturskog og plantninger	557
3. Funksjoner for ulike landsdeler	558
B. Volum uten bark	559
V. Kubikktabellene og deres anvendbarhet	559
VI. Sammendrag	570
Functions and tables for volume of standing trees. Norway spruce	571
<i>Functions and Tables for Volume of Standing Trees. Norway Spruce</i>	571
Litteratur	573

Forord

Beregningsarbeidet er finansiert med midler til avdelingen fra Skogbrukets og Skogindustrienes Forskningsforening.

Avdelingens leder, professor Alf Brantseg, har gitt meg råd og god støtte under hele arbeidet. Forsøksleder, dr. agric. Lars Strand, har gitt nyttig rettleiding både med hensyn til statistikk og til programmering for elektronisk databehandling. Skogteknikerne Bersvein Flakne og Ole Tronbøl har hjulpet til med datastansingen og beregningene. Skogtekniker Tidemann Kolsrud har tegnet figurene. Det engelske sammendraget er gjennomlest av bibliotekar Inger Dybwad.

Alle beregninger er programmert i Fortran og er utført på IBM 1620 ved Sentral for forsøksmetodikk og databehandling, Vollebekk.

Professor Alf Brantseg, amanuensis Helge Braastad og stipendiat Bjørn Tveite har lest gjennom manuskriptet og gitt verdifulle råd.

Til disse institusjoner og personer bringer jeg min beste takk.

Vollebekk i januar 1967.

Egil Vestjordet.

I. Innledning

Det norske Skogforsøksvesen publiserte i 1920-årene en serie avhandlinger om formundersøkelser av norske bartrær (EIDE 1923a og b, 1925a og b samt 1927). Tre av disse arbeider inneholder kubikktabeller for stående trær: for furu med bark, for gran med bark og for gran uten bark. I tilknytning til de to første tabeller er det også utarbeidet barkvolumprosenttabeller.

Eide fremholdt at norsk gran- og furuskog kunne kuberes etter brysthøydiameter og høyde med tilstrekkelig stor nøyaktighet. Dette utløste en heftig diskusjon om hvorvidt andre formbeskrivende faktorer burde tas med ved kubering. Det er ingen grunn til å komme nærmere inn på denne diskusjonen her. Eides tabeller ble i hvert fall tatt i bruk straks, og de anvendes fremdeles i det norske skogbruk. De har dog vært gjenstand for kontrollmålinger av bl.a. LANGSÆTER (1924), HAUGBERG (1927) og EIDE (1928), som alle fant at tabellen for gran med bark var tilstrekkelig nøyaktig for bruk på Østlandet og i Helgeland. Senere har BRANTSEG (1951) undersøkt tabellens brukbarhet i vest-norske granplantninger. Han fant en så vidt stor systematisk avvikelse (negativ) at han beregnet en egen tabell for disse plantninger.

Under beregningene for dette arbeide er Eides tabeller for gran kontrollert med grunnmaterialet. Resultatet er satt opp i tab. 1, hvor prosenttallene angir materialets avvikelse fra tabellverdiene. (Det er bare tatt med de dimensjoner som faller innenfor tabellenes grenser, som ikke er like — derfor forskjellige treantall for de to deler av tab. 1).

Som det fremgår av tab. 1 gir Eides tabeller totalt sett en god kubering av dette materiale. For de enkelte områder og bestandskategorier er det små, systematiske avvikelser. Det kan derfor slås fast at tabellene fremdeles er brukbare.

Ved den moderne elektroniske databehandling, som stadig blir mer anvendt, er det meget enklere å bruke funksjoner enn tabeller. Dette betyr at Eides volumtabeller er tungvinne i bruk ved slike beregninger. Ved Det norske Skogforsøksvesen har vi derfor funnet det var riktig å beregne kuberingsfunksjoner for stående trær. BRANTSEG (1967) har utarbeidet slike funksjoner for furu med og uten bark og BRAASTAD (1966) tilsvarende for bjørk.

Formålet med denne undersøkelse var å videreføre dette arbeid til også å omfatte gran med og uten bark. Riktignok har EIDE (1927) bygd opp sin

Tab. 1. Kontroll av Eides tabeller for gran.
Test, Eide's tables for volume of Norway Spruce.

Område og bestandskategori <i>District and stand category</i>	Med bark <i>Including bark</i>		Uten bark <i>Excluding bark</i>	
	Antall trær <i>Number of trees</i>	Avvikelse % <i>Deviation per cent</i>	Antall trær <i>Number of trees</i>	Avvikelse % <i>Deviation per cent</i>
Sør-Norge, naturskog <i>South Norway, natural stands . .</i>	4 423	÷ 2,1	4 557	÷ 0,9
Sør-Norge, plantninger <i>South Norway, plantations</i>	1 149	÷ 2,6	1 355	÷ 2,0
Trøndelag og Helgeland, naturskog <i>Mid-Norway, natural stands . .</i>	1 914	+ 0,5	1 832	+ 1,9
Trøndelag og Helgeland, plantninger <i>Mid-Norway, plantations</i>	207	+ 2,3	201	+ 4,6
Total	7 693	÷ 1,3	7 945	÷ 0,3

kubikktabell innenfor bark på grunnlag av formhøydefunksjoner, som meget vel kan brukes ved kubering. Men når det først skulle utarbeides funksjoner for gran *med* bark, var det forholdsvis lite merarbeid å ta med gran *uten* bark. Undersøkelsen omfatter naturskog og plantninger i Sør-Norge, Trøndelag og Helgeland, dvs. de deler av landet hvor grana forekommer spontant.

Symboler — Symbols

- b = Dobbelt barktykkelse, mm. — *Double bark at breast height, mm.*
 d_{mb} = Brysthøydiameter med bark, cm. — *Diameter including bark at breast height, cm.*
 d_{ub} = Brysthøydiameter uten bark, cm. — *Diameter excluding bark at breast height, cm.*
h = Høyde over stubbe, m. Stubbehøyden regnes å være 1 % av trees høyde over marken. — *Height above the stump, m. The height of the stump is reckoned to be 1 per cent of the total height above the ground level.*
k = Kronehøyde over stubben, m, dvs. høyde til kroneansats. — *Crown height above the stump, m, i.e. height up to living crown.*
N = Antall trær — *Number of trees.*
R = Korrelasjonskoeffisient — *Correlation coefficient.*
S = Residualspredning — *Standard deviation of residuals.*
 V_{mb} = Volum med bark pr. tre, dm^3 — *Volume including bark per tree, cu.dm.*
 V_{ub} = Volum uten bark pr. tre, dm^3 — *Volume excluding bark per tree, cu.dm.*

II. Materialet

Materialet er hentet fra Det norske Skogforsøksvesens innmålte prøvetrær av gran. Ved hver revisjon av de faste forsøksfelter ble alle felte prøvetrær seksjonsmålt inntil 1951 i Sør-Norge, mens disse målinger ble fortsatt til 1960

i Trøndelag. Alle «normale» prøvetrær i samlingen er tatt med enten i grunnmaterialet eller i kontrollmaterialet. Trær med utpregede skader eller feil, f.eks dobbeltstamme og toppbrekk, er holdt utenfor.

Seksjonsmåling med følgende volumberegning er utført på vanlig måte slik som beskrevet av BRANTSEG (1951). Som ved enhver annen måling hefter det seg feil både ved de målte og de beregnede størrelser. Dette er utførlig beskrevet av flere forfattere og skal derfor ikke gjennomgås her. Det henvises bl.a. til TIRÉN (1929) og MATÉRN (1956) når det gjelder stammetverrsnitt og grunnflateberegning, og til MICHAILOFF (1944) og ALTHERR (1960) for seksjonslengde og -formel. I det følgende er prøvetrærnes volum etter seksjonsmåling ansett som de riktige verdier.

Prøvetrærnes data ble punchet inn på hullkort i den rekkefølge de ligger arkivert, dvs. at trær fra de eldste feltene kom først og siden i tur og orden etter forsøksfeltenes nummer. Et grunnmateriale på ca. 9000 trær ble ansett tilstrekkelig for en utjevning. Beregningsmaterialet består av 8990 trær. Resten — 1437 trær — ble tatt ut som kontrollmateriale. Videre ble et mindre materiale på 752 trær fra plantninger nord for polarsirkelen tatt med for en enklere kontroll.

Prøvetrærnes fordeling på fylker er satt opp i tab. 2. Som det fremgår av denne, er det en viss forskjell på fordelingen av de to materialer. Kontrollmaterialet mangler observasjoner fra Aust-Agder, Telemark og Vestfold. Ca. 75 % av grunnmaterialet er fra Sør-Norge og ca. 25 % fra Trøndelag og Helgeland. I kontrollmaterialet er disse andeler henholdsvis ca. 45 % og 55 %. Denne forskjellen kommer av at prøvetrærne ble seksjonsmålt i det nordenfjelske noen år lengre.

Tab. 2.

Prøvetrærnes fordeling på fylker.
The regional distribution of the sample trees.

Fylke <i>County</i>	Grunnmaterialet <i>Basic data</i>	Kontrollmaterialet <i>Test data</i>
Aust-Agder.....	34	—
Telemark	552	—
Vestfold	369	—
Buskerud	352	2
Østfold	597	58
Akershus.....	1 984	161
Oslo	372	62
Hedmark	995	263
Oppland	1 461	102
Sør-Trøndelag ...	323	114
Nord-Trøndelag .	1 232	521
Nordland	719	154
Sum	8 990	1 437

Tab. 3. Prøvetrærnes fordeling på høydelaag.
The altitudal distribution of the sample trees.

Høyde over havet, m <i>Height above sea level, m</i>	Grunnmaterialet <i>Basic data</i>	Kontrollmaterialet <i>Test data</i>
0—150	3 847	510
150—300	3 246	543
300—450	1 522	248
450—	375	136
Sum	8 990	1 437

I tab. 3 er prøvetrærnes fordeling på høydelaag satt opp. Også her er det forskjell i den forholdsvis fordeling for de to materialer. Kontrollmaterialet stammer fra gjennomgående større høydelaag enn grunnmaterialet.

Den dimensjonsvise fordeling av prøvetrærne er gjengitt i tab. 4. Den viser at de aktuelle dimensjoner er bra representert i grunnmaterialet, hvor ca. 13 % av trærne er større enn 29,5 cm i brysthøydiameter og ca. 28 % er høyere enn 19,5 m i høyde. I kontrollmaterialet derimot er ikke de større dimensjoner så fyldig representert. Ca. 80 % av trærne er mindre enn 20 cm — 20 m, mens tilsvarende tall for grunnmaterialet er ca. 55 %.

Prøvetrærne er tatt fra alle bestandskategorier uten noen form for utvalg, og de er fordelt slik:

	Grunnmaterialet	Kontrollmaterialet
Rene, ensaldrede naturbestand	3 150	545
Plantninger	1 700	548
Blandingsbestand med furu	1 200	93
Blandingsbestand med løvtrær	713	150
Fleraldrede bestand	2 227	101

Inndelingsgrunnlaget her er noe flytende for så vidt som det kan herske tvil om i hvilken kategori trærne skal rubriseres. I blandingsbestand f.eks. kan det forekomme gran i stammevis blanding med andre treslag i øverste kroneskikt. Mer alminnelig er grana som underskog i slike bestand. I begge tilfelle er trærne ført i samme kategori. Fleraldrede bestand kan forekomme i mange avskygninger fra to-etasjes bestand (hvor de to etasjer er ensaldrede hver for seg) til så å si stammevise bledninger. Derfor er ovenstående tabell satt opp bare som en oversikt. I det følgende er det skilt bare mellom naturskog og plantninger. — Det skal bemerkes at kontrollmaterialet inneholder en større andel prøvetrær fra plantninger enn grunnmaterialet. Av de 548 trær i denne kategori, stammer 448 fra Trøndelaag og Helgelaand.

Tab. 4. Prøvetrærnes fordeling på dimensjoner.
The dimensional distribution of the sample trees.

Diameterklasser med bark, cm	Høydeklasser, m Height classes, m			Sum	Høydeklasser, m Height classes, m			Sum		
	-9,49	9,50— 19,49	19,50— 29,49		29,50— 39,49	-9,49	9,50— 19,49		19,50— 29,49	29,50— 39,49
		Grunnmaterialet Basic data			Kontrollmaterialet Test data					
- 9,4	1 015	178		1 193	232	37		269		
9,5	262	3 433	202	3 897	84	782	3	869		
-19,4										
19,5		1 395	1 304	2 700	2	116	106	224		
-29,4										
29,5		168	836	1 006		6	45	51		
-39,4										
39,5		17	157	185			22	22		
-49,4										
49,5			7	9				2		
-59,4										
Sum	1 277	5 191	2 506	8 990	318	941	176	1 437		
			16					2		

De aller fleste prøvetrær stammer fra tynningsuttak på forsøksfeltene. NÄSLUND (1936) har vist at høydekurven over brysthøydiameter for tynningsvirke gjerne ligger over høydekurven for gjenstående trær for mindre dimensjoner og noe under for de store dimensjoner i furubestand. Videre har HAGBERG (1939) vist at trærne i de ulike kroneskikt har forskjellige høydekurver, idet forholdet høyde/diameter er størst for de laveste kroneskikt. Dette gjelder både for furu og gran. Etter dette kan volumfunksjoner og -tabeller basert på et slikt prøvetremateriale gi systematiske feil ved kubering av f.eks. snauhogster. BRANTSEG (1967) har undersøkt furumaterialet med hensyn til dets fordeling omkring høydekurvene for de gjenstående trær. Dette er utført separat for hver revisjon for hvert forsøksfelt. Det viste seg at materialet var godt samlet omkring høydekurvene for gjensatte trær og at fordelingen er jevn til begge sider. Også her besto materialet hovedsaklig av prøvetrær fra tynningsuttak. Det er grunn til å tro at granmaterialet ville oppvise et lignende forhold. Men Brantsegs metode er meget arbeidskrevende selv med bruk av høyde/diameterfunksjoner i forbindelse med EDB-maskiner. Av den grunn er det brukt en enklere og mindre nøyaktig metode til en slik kontroll. De fleste prøvetrær er bedømt med hensyn til hvilket kroneskikt de tilhører etter Schottes inndeling (SCHOTTE 1912), og materialene fordeler seg slik:

Kroneskikt	Grunnmaterialet	Kontrollmaterialet
1	3 032	552
2	1 819	317
3	1 253	337
4	663	129
Ikke angitt	2 223	102

Over halvparten av trærne i grunnmaterialet er herskende og medherskende trær (kroneskikt 1 og 2). Av de 2223 «ikke angitte» har vel $\frac{1}{3}$ en brysthøydiameter på 20 cm eller derover. Det er grunn til å anta at de fleste av disse tilhører kroneskikt 1 eller 2, samtidig som en del av de mindre trær går under samme betegnelse. — Alt i alt skulle grunnmaterialet være sammensatt slik at det ikke skulle føre til vesentlige skjevheter i de beregnede funksjoner. Avvikler for trær fra de ulike kroneskikt er for øvrig behandlet i kap. V.

Alle «normale» prøvetrær fra våre målinger inngår i materialene likegyldig når de er målt. Det samme er tilfelle med furu- og bjørkematerialet (BRANTSEG 1967 og BRAASTAD l.c.). Ved lignende svenske undersøkelser er som regel bare trær fra siste revisjon tatt med (NÄSLUND 1940 og 1947). Det er mulig at avsmalnings- og formforhold endrer seg med tiden på grunn av endret skogskjøtsel. BRANTSEG (1954 og 1957) fant ved tømmerundersøkelser i det norden-

fjelske en mindre avsmalning enn i en lignende undersøkelse fra 1920-årene (EIDE 1922). Det er antatt at dette for en stor del kan skyldes forskjellig fordeling av grunnmaterialene, men det kan ikke utelukkes at det har funnet sted en formforbedring i løpet av disse 30 årene. HENRIKSEN (1954) har for et dansk bøkemateriale påpekt en «langtidig nivåudvikling», dvs. at volumet for en bestemt dimensjon endrer seg i løpet av bestandets utvikling. Det ligger først over, synker så under, for til slutt å stige over vedkommende tabellverdi. Ut fra dette skulle det ikke medføre stor risiko å ta med prøvetrær fra alle revisjoner da de ulike bestand befinner seg i forskjellig utviklingsfase. Fremdeles består Norges skoger av mange gamle bestand, som det vil ta årtier å sanere. Feilen som begås ved å bruke et slikt materiale, er tydeligvis av beskjeden størrelsesorden i forhold til andre variasjonsårsaker. Dessuten ville materialet bli redusert betydelig hvis bare trær fra de siste revisjoner ble tatt med.

III. Valg av utjevningfaktorer

Ved utarbeidelse av volumfunksjoner for stående trær finnes det mange metoder å velge mellom, og litteraturen byr på et rikelig utvalg av muligheter i så måte. Det må imidlertid stilles følgende to krav til en slik funksjon: 1) Den må grunnes på lett målbare størrelser. 2) Feilen ved bruken av den må være minst mulig og helst uttrykt direkte i volumenheter. Videre bør funksjonene dekke et større geografisk område uten at det er et direkte krav.

Metodene skiller seg bl.a. ved bruk av forskjellige avhengig variable som kan grupperes slik, med henvisning til noen eksempler: 1) Volumet direkte (BRANTSEG 1967 og BRAASTAD l.c.), 2) logaritmisk volum (FOG og JENSEN 1954), 3) brysthøydefortallet (NÄSLUND 1940 og 1947), 4) formhøyden (EIDE 1927) og 5) andre størrelser eller forhold (HONER 1965). Av disse synes volumet direkte å være det som best fyller ovenstående krav. Ved denne beregningsmåte vil de større dimensjoner bli mest utslagsgivende for regresjonskoeffisientene, noe som er en fordel da andelene av disse dimensjoner er forholdsvis lite i ethvert materiale. Riktignok kan dette føre til systematiske feil for de mindre dimensjoner, men det kan utarbeides egen funksjon for disse, slik BRANTSEG (1967) har gjort. Brysthøydefortallet varierer mest hos de små dimensjoner, som derved får stor innvirkning på funksjonen. Også her kan det bli nødvendig å utarbeide to funksjoner som hos NÄSLUND (1940 og 1947). Bruk av logaritmisk volum fører ifølge CUNIA (1964) til skjevheter (bias) da geometriske middeltall trer i stedet for aritmetiske. Formhøyden er grei å anvende ved grafisk utjevning, men den synes ikke å ha noen fordeler fremfor volumet direkte ved numerisk utjevning. HONER (l.c.) anvender en funksjonstype som i praksis utjevner forholdet d^2/V , hvilket skal gi en homogen spredning for alle dimen-

sjoner. På grunnlag av disse vurderinger er det direkte volum valgt som avhengig variabel ved våre beregninger. Dessuten er d^2/V prøvd.

Når det gjelder kuberingsfaktorene, kreves det som nevnt at de er lett målbare i praksis og naturligvis at de er relevante til volumet. Brysthøydiameter og høyde er selvfølgelig i så måte, og det kan være et spørsmål om det er grunn til å ta med flere. Det er satt opp mange hypoteser over og utført mange målinger til bestemmelse av granstammens form. En av disse skal nevnes her, nemlig en dansk undersøkelse (LØVENGREEN 1935). Av denne fremgår det at avsmalningen er stor i kronen fra toppen og ned til største kronebredde, så følger et overgangsstykke til kroneansats hvoretter det er en liten, men jevn avsmalning ned til rotutsvellingen. Dette gjelder trær fra sterkt tynnede bestand. I svake tynninger er trærnes avsmalning jevnere fra toppen og ned til kroneansatsen. Derfra og ned er den som i sterke tynninger. LØVENGREEN (l.c.) har samtidig påpekt at gjennomsnittlig stammeform kan bestemmes av brysthøydiameter, høyde og *kronedybde* uansett tynningsgrad.

Et eller annet uttrykk for kronens størrelse er brukt av flere ved utarbeidelse av volumtabeller. Allerede SCHIFFEL (1899) anvendte relativ kronelengde, dog uten at han selv fant den bedre enn formkvotienten. I den senere tid er kronehøyden, dvs. høyde opp til kroneansats, brukt av NÄSLUND (1940 og 1947) og BRANTSEG (1967) med godt resultat, og den er anvendt i det følgende bl.a. fordi den er enkel å måle. Det er mulig at en høyreliggende diameter — slik som bl.a. ILVESSALO (1947) og BRAASTAD (l.c.) har brukt — ville gjøre samme nytte. Det er imidlertid ikke så lett å måle en høytliggende diameter med de mest anvendelige måleredskaper, og denne mulighet er derfor ikke undersøkt. Barktykkelse i brysthøyde er tatt med forsøksvis da den er lett å måle. Riktignok har ikke NÄSLUND (1940 og 1947) funnet den signifikant i sine granfunksjoner.

KUUSELA (1965) har angitt en metode for utarbeidelse av volumfunksjoner. Den bygger bl.a. på formtallet ved 10 % av høyden, men ved spesielle funksjoner kan den gjelde for bl.a. brysthøydiameter og høyde. Ifølge KUUSELA skal metoden kreve mindre materiale. Denne beregningsmåte er ikke prøvd her.

IV. Beregning og prøving av funksjoner

Alle beregninger, både selve utjevningen av funksjonene og kontrollen av disse, er utført på IBM 1620 databehandlingsmaskin etter egne programmer. Funksjonene er utjevnet etter minste kvadraters metode, og det enkelte prøvetre er brukt som enhet uten noen klasseinndeling. Det er ikke brukt noen form for vekter ved utjevningen slik som f.eks. CUNIA (l.c.) har foreslått. I sitt arbeide med bjørkefunksjoner prøvde BRAASTAD (l.c.) å anvende den resiproke verdi av

kvadratet på spredningen pr. d- og h-klasse som vekt ved utjevningen. Han fant imidlertid at dette ga en dårligere tilpasning til grunnmaterialet enn samme funksjonstype beregnet uten vekter.

Det er utarbeidet funksjoner som direkte gir volum med og uten bark, forholdet d_{mb}^2/V_{mb} , midlere kronehøyde og midlere barktykkelse. De direkte volumfunksjoner er utjevnet med ulike kombinasjoner av brysthøydiameter, høyde, kronehøyde og dobbelt barktykkelse i brysthøyde som uavhengig variable. Det er prøvd mange slike kombinasjoner, dels slike som andre forfattere har brukt og dels nye. I det følgende er oppgitt bare de funksjoner som har relevans til de forhold som skal undersøkes og som er de beste etter F-tester. Det viste seg at leddet $d_{mb}^2 h$ (eventuelt $d_{mb}^2 h$) er i særklasse den viktigste variable i funksjonene for direkte volum. Brukt alene svarer det for hele 97 % av samvariasjonen. Ikke desto mindre er det flere andre ledd som signifikant forhøyer korrelasjonen, kanskje flere enn vanlig ved slike undersøkelser. Det skyldes det store grunnmaterialet som fører med seg et stort antall frihetsgrader ved alle tester.

Forholdet d_{mb}^2/V_{mb} er utjevnet med flere kombinasjoner av de samme faktorer som ovenfor. Det viste seg at dette ga en høyere residualspreddning enn utjevningen av volumet direkte. Av den grunn ble disse funksjoner forkastet.

Ved testingen av de direkte volumfunksjoner ble leddene med kronehøyde og barktykkelse funnet signifikante. Når disse funksjoner skal tabelleres, må det brukes bestemte utgangsverdier for k og b. Disse verdier er funnet av grunnmaterialet ved en direkte utjevning av henholdsvis k og b over kombinasjoner av d_{mb} og h, for større trær enn $d_{mb} = 10,5$ cm. Det ble utarbeidet i alt 5 funksjoner for henholdsvis k og b, og for b er den beste valgt da den også er grei å programmere for EDB-maskiner. Den beste for k derimot bød på store problemer ved slik programmering, og den enklere funksjon 1 ble valgt. Utjevningene ga som resultat:

$$k = \div 1,79 \div 0,392218 d_{mb} + 0,955188 h \dots\dots\dots 1$$

$$N = 7446 \quad R = 0,7690 \quad \bar{S} = 2,2 \text{ m eller } 32,6 \% \text{ av } \bar{k} .$$

$$b = \div 0,34 + 0,831648 d_{mb} \div 0,002832 d_{mb}^2 \div 0,010112 h^2 +$$

$$0,700203 d_{mb}^2/h^2 \dots\dots\dots 2$$

$$N = 7446 \quad R = 0,8403 \quad \bar{S} = 3,1 \text{ mm eller } 22,4 \% \text{ av } \bar{b} .$$

Residualspreddningen er stor i begge funksjoner, men det spiller i og for seg mindre rolle. Formålet er å finne rimelige verdier for k og b. For visse verdier av d_{mb} og h gir funksjon 1 negative verdier for k. Det er derfor satt opp som betingelse at k ikke kan få lavere verdi enn 0,5 m.

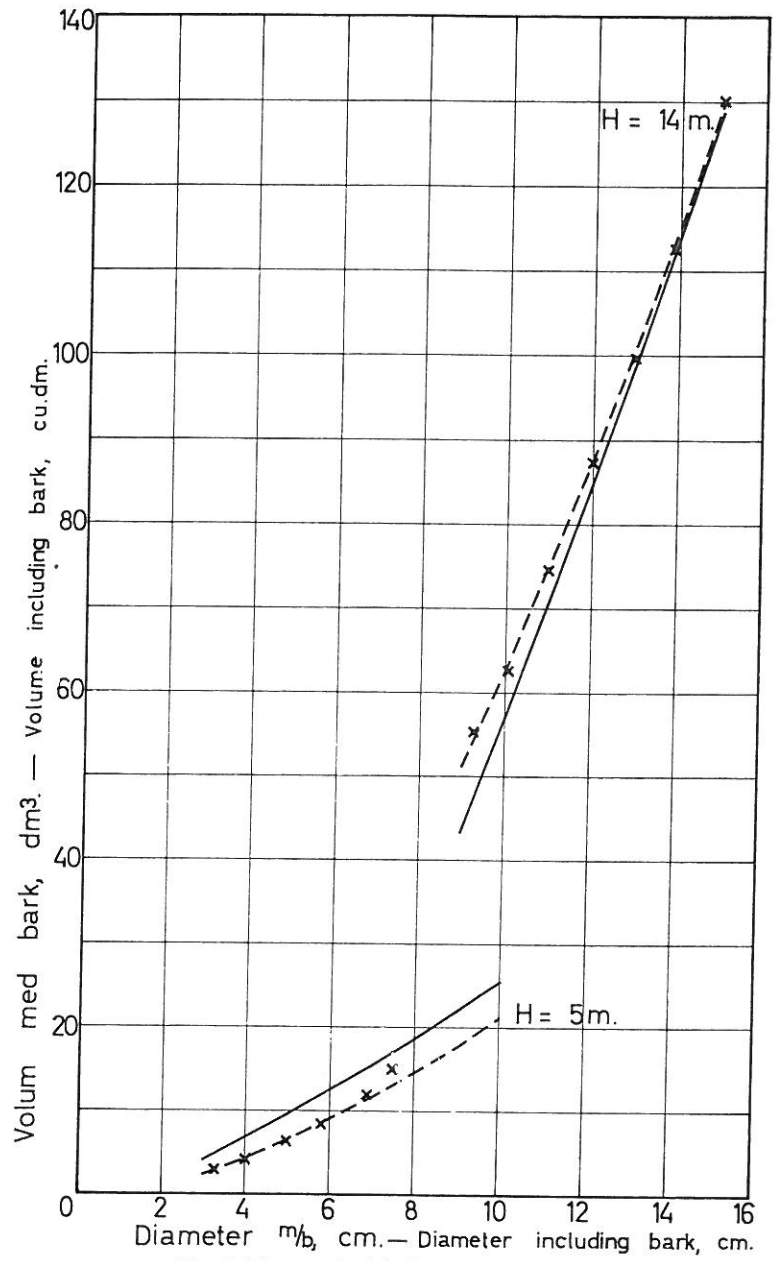


Fig. 1. Eksempel på kubering av småtrær.

x = grunnmaterialet, — = funksjon for hele materialet,

--- = funksjon 3 for småtrær.

Volume of small dimensions. Example.

x = basic data, — = function for all dimensions, --- = function 3 for small dimensions.

A. Volum med bark

Det er utarbeidet en rekke funksjoner for volum med bark som alle er testet for ulike formål. Det kan forekomme at resultatet av slike statistiske tester kommer på tvers av det praktiske krav om få og enkle tabeller. Men i alle tilfelle vil de aktuelle funksjoner bli offentliggjort i det følgende.

Det er ikke tatt noe hensyn til at volumet skal være lett å beregne med funksjonene. Således er alle signifikante ledd tatt med som har med d_{mb} og h selv om de ikke er av så stor betydning. Viktigere er det at funksjonen ikke blir for stiv, slik at det blir systematiske skjevheter i enkelte deler av variasjonsområdet for de uavhengig variable. Det er som regel her de mindre betydningsfulle ledd kommer inn.

1. Funksjoner for små og store dimensjoner

Som nevnt i kap. III fant både NÄSLUND (1940 og 1947) og BRANTSEG (1967) det nødvendig å utarbeide egne funksjoner for store og små dimensjoner hver for seg. Det er her forsøkt med bare en funksjon, men det viste seg at denne ikke ga en god nok tilpasning for de mindre dimensjoner. I fig. 1 er denne funksjonen satt opp sammen med grunnmaterialet som et eksempel for høydeklassene 5 og 14 m. Som det fremgår av figuren overkuberer funksjonen trær med små høyder og underkuberer høyere trær. Det ble derfor beregnet to nye funksjoner, en for småtrær og en for større dimensjoner. Herunder ble tatt med trær inntil $d_{mb} = 15,4$ cm som småtrær og fra og med $d_{mb} = 10,5$ cm for de store dimensjoner. Småtræfunksjonen er også tegnet inn på fig. 1, og det viser seg at den følger materialet ganske godt.

Selv om de to nye funksjoner således har en del av grunnmaterialet felles, blir det et lite gap mellom dem. Det ble derfor funnet riktig at småtræfunksjonen skulle gjelde opptil $d_{mb} = 10$ cm og at funksjonen for store dimensjoner skulle benyttes fra og med 13 cm. For den mellomliggende del av diameter-skalaen ble det foretatt en grafisk utjevning. På grunnlag av den ble det konstruert en funksjon for dette området.

Funksjonene 3—6 gjelder for små og store dimensjoner for hele området og begge bestandskategorier. De er gjengitt i tab. 5.

Residualspredningen er — som rimelig kan være — brakt noe ned ved bruk av to funksjoner. Utjevning av hele materialet under ett gir $\bar{S} = 10,0$ % og $\bar{S} = 10,3$ % for funksjoner henholdsvis med og uten kronehøyde og barktykkelse.

Tab. 5. Volumfunksjoner. Nr. 3—14 gjelder for volum med bark og nr. 15—18 for volum uten bark.
 Functions for volume. No. 3—14 are for volume including bark and no. 15—18 for volume excluding bark.

Nr.	Distr.*	Kat.** Cat.**	Dim. cm m/b	N	a	d ² _{mb} h	d _{mb} h ²	h ²	d _{mb} h	h	d _{mb}	d ² _{mb}	d ² _{mbk}	d ² _{mbb}	R	S̄	S̄%
3	S+T	N+P	—10,0	3597	0,52	0,02403	0,01463	÷ 0,10983	0,15195						0,9938	5,2	7,9
4	»	»	10,1—12,9	—	÷ 31,57	0,0016	0,0016	0,0186	0,63	÷ 2,34	3,20				—	—	—
5	»	»	13,0—	7446	10,14	0,01240	0,03117	÷ 0,36381	0,28578						0,9941	36,6	9,5
6	»	»	13,0—	7446	5,29	0,01687	0,02157	÷ 0,31528	0,31599				0,00551	÷ 0,00134	0,9944	35,5	9,2
7	»	N	10,0—	6096	6,69	0,01308	0,02853	÷ 0,31956	0,28969						0,9940	36,9	9,5
8	»	P	10,0—	1350	0,46	0,02427	0,01521	÷ 0,18254	0,20994						0,9964	28,6	7,7
9	T	N+P	—15,0	699	0,67	0,03023	0,00712	÷ 0,50725	0,51643			0,04175			0,9942	4,2	7,0
10	»	»	10,0—	2004	0,28	0,00815	0,03053	÷ 0,49065	0,53920						0,9932	35,8	9,2
11	»	»	10,0—	2004	÷ 2,44	0,01029	0,02644	÷ 0,25631	0,32056				0,00187	÷ 0,00081	0,9933	35,6	9,2
12	S	»	—15,0	2898	0,30	0,02593	0,01268	÷ 0,09770	0,14586						0,9939	5,2	7,9
13	»	»	10,0—	5442	4,33	0,01491	0,02606	÷ 0,31854	0,31106						0,9949	35,0	9,1
14	»	»	10,0—	5442	0,19	0,01983	0,01617	÷ 0,25631	0,32056				0,00574	÷ 0,00142	0,9953	33,7	8,8
Nr.	Distr.*	Kat.** Cat.**	Dim. cm v/b	N	a	d ² _{ub} h	d _{ub} h ²	h ²	d _{ub} h	h	d _{ub}	d ² _{ub}	d ² _{ubk}	d ² _{ubb}	R	S̄	S̄%
15	S+T	N+P	—10,0	3597	0,38	0,02524	0,01269	÷ 0,07726	0,11671						0,9933	4,7	8,3
16	»	»	10,1—12,9	—	÷ 27,19	0,0073	0,0073	÷ 0,0228	0,5667						—	—	—
17	»	»	13,0—	7446	8,66	0,01218	0,02976	÷ 0,31373	0,25452						0,9937	33,3	9,9
18	»	»	13,0—	7446	4,86	0,01585	0,02151	÷ 0,27947	0,28618				0,00564	÷ 0,00106	0,9941	32,3	9,6

* S = Sør-Norge. T = Trøndelag og Helgeland. — S = South Norway. T = Mid-Norway.
 ** N = naturskog. P = plantninger. — N = natural stands. P = plantations.

2. Funksjoner for naturskog og plantninger

BRANTSEG (1951) fant som nevnt i kap. I at vestnorske granplantninger ble underkubert med Eides volumtabell for gran med bark. Dette kan skyldes forskjell i formen hos trær fra naturskog og fra plantninger, idet Eides materiale hovedsakelig var fra naturskog. Også tab. 1 synes å peke på det samme. Kuberes trærne fra plantningene i grunnmaterialet med Brantsegs tabell, gir det en underkubering på 0,7 % dvs. et bedre resultat enn med Eides tabell som gir 2,3 %. Totalt sett synes plantningene å ha bedre form enn naturskogen. I Trøndelag og Helgeland ser det ut til å være omvendt, men her er materialet for lite til å trekke noen sikre konklusjoner.

Det ble forsøkt med en utjevning av materialene fra naturskog og fra plantninger hver for seg, og det viste seg at det ble signifikant forskjell. (Funksjon 7 og 8 i tab. 5).

De tilsvarende funksjoner for småtrær avviker så lite fra funksjon 3 at de ikke er tatt med. Likeså er funksjonene med k- og b-ledd utelatt, da de ikke er nevneverdig bedre enn funksjon 7 og 8.

Plantet gran har større volum enn gran fra naturskog med samme diameter og høyde. For trær med $d_{mb} = 30$ cm og $h = 20$ m utgjør forskjellen 42 dm^3 eller 6,7 %.

Ved utarbeidelse av funksjoner for kronehøyde og barktykkelse (funksjon 1 og 2) ble også materialet delt etter naturskog og plantninger, og k- og b-funksjoner for disse ble utledet. Det viste seg at det er signifikant forskjell mellom naturskog og plantninger både for k og b. Et eksempel på disse funksjoner ($h = 20$ m) er tegnet inn på fig. 2 og 3 for henholdsvis k og b. Som det fremgår av figurene er forskjellen tydelig mellom naturskog og plantninger. For k's vedkommende ligger plantningene øverst i hele det aktuelle området, og den største forskjellen er på vel 2,4 m. Når det gjelder b, kommer naturskogen høyest og det er en maksimal forskjell på drøye 2 mm. Plantningene i grunnmaterialet er høyere oppkvistet og har tynnere bark enn naturskogen. Begge disse forhold medfører større volum da k-leddet er positivt og b-leddet negativt i volumfunksjonene (Jfr. funksjon 6 tab. 5). For de samme trær med $d_{mb} = 30$ cm og $h = 20$ m betyr dette ca. 35 % av forskjellen i volum mellom naturskog og plantninger. Resten — ca. 65 % — må antas å bero på andre årsaker, spesielt formforholdet. Plantningene i grunnmaterialet har tydeligvis stått tettere enn naturskogen som også omfatter bledningskog. Det er mulig at de forhold som LØVENGREEN (l.c.) beskriver og som er nevnt foran, kan ha hatt innvirkning.

Det skal bemerkes at funksjon 7 for naturskog meget nær faller sammen med funksjon 5 for hele materialet.

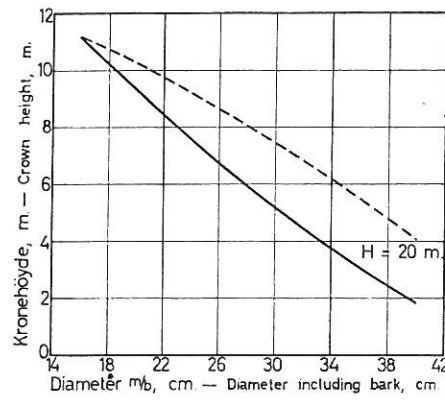


Fig. 2. Eksempel på forskjell i kronehøyde for naturskog og plantninger.
 — = k-funksjon for naturskog,
 - - - = k-funksjon for plantninger.
Difference in crown height between natural stands and plantations. Example.
 — = k-function for natural stands,
 - - - = k-function for plantations.

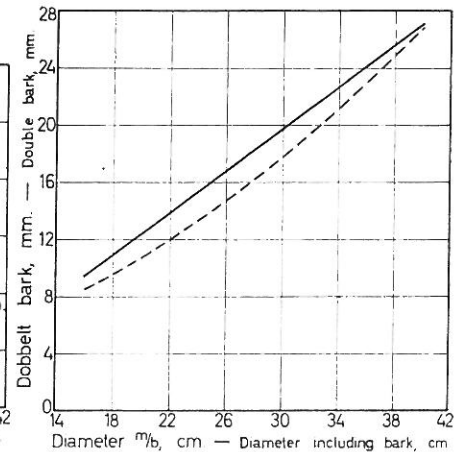


Fig. 3. Eksempel på forskjell i barktykkelse for naturskog og plantninger.
 — = b-funksjon for naturskog,
 - - - = b-funksjon for plantninger.
Difference in double bark between natural stands and plantations. Example.
 — = b-function for natural stands,
 - - - = b-function for plantations.

3. Funksjoner for ulike landsdeler

Av flere tømmerundersøkelser fremgår det at grantømmer har forskjellig avsmalning i ulike landsdeler. (ARCHER 1920, EIDE 1922, BERGESTAD 1929, BRANTSEG 1954 og 1957). Det er f.eks. konstatert forskjell i tømmerets form nord og sør for Dovre (EIDE 1922), mellom Lågendistriktet på den ene side og Glomma- og Drammendistriktet på den annen (BERGESTAD l.c.) og mellom Trøndelag og Helgeland (BRANTSEG 1957). Hvor vidt disse ulikheter også gjelder for hele trær er usikkert. De gir i hvert fall grunn til å undersøke forholdet nærmere. NÄSLUND (1940 og 1947) fant å måtte dele opp det svenske materiale i to deler — en nordre og en søndre del. Men grensen mellom de to ligger så vidt langt sør som Oslos breddegrad.

Grunnmaterialet her er delt i to: en del for Sør-Norge og en del for Trøndelag og Helgeland. Funksjoner er utledet for hvert av disse 2 områder, og en test viste signifikant forskjell. Funksjonene 9—11 gjelder Trøndelag og Helgeland, mens funksjonene 12—14 gjelder Sør-Norge (tab. 5).

Det skal presiseres at trær fra plantninger inngår i materialene her. Funksjonene for Sør-Norge — nr. 12, 13 og 14 — avviker lite fra funksjonene for hele materialet — nr. 3, 5 og 6 — som de kan erstattes med. De ligger over

funksjonene for Trøndelag og Helgeland. Det er tydeligvis dårligere form på trærne nordpå enn i Sør-Norge. Hva dette kan skyldes, er vanskelig å si. Det kan være klima- og jordbunnsforhold eller andre forhold ved miljøet, og det kan være proveniensens. Av tab. 1 synes det som plantet gran nordenfjells ikke har bedre form enn trær fra naturskog. I den forbindelse er det verd å merke seg at funksjon 11 ikke er signifikant bedre enn funksjon 10. Dette forteller at ledd med k og b ikke høyner korrelasjonskoeffisienten signifikant. For Sør-Norge og for hele materialet er det motsatt.

Den forskjell i volum som finnes mellom disse to landsdeler synes å være proporsjonal med dimensjonen slik at den prosentiske forskjell er noenlunde konstant for alle dimensjoner. Dette forhold stemmer med det FOG og JENSEN (l.c.) fant for dansk bøk, hvor det ble konstateret «parallele regresjonsplan» for ulike bestand når volumet ble beregnet logaritmisk.

B. Volum uten bark

For volum uten bark er det utledet funksjoner bare for hele materialet uten oppdeling etter bestandskategorier eller landsdeler. De ulikheter som er funnet i det foregående ved beregninger av volum med bark antas også å gjelde for volum uten bark.

Det viste seg at små og store dimensjoner også her må kuberes hver for seg. I likhet med volum med bark er det konstruert en funksjon for kubering av et overgangsområde ($d_{ub} = 10,1-12,9$ cm). (Funksjonene 15-18, tab. 5).

Residualspredningen er noe større her enn for volum med bark. Videre blir volumet noe mindre for volum uten bark enn med bark for samme dimensjon. Forskjellen kan dreie seg om 1-4 %. Begge disse forhold stemmer med det NÄSLUND (1940) fant for nordsvensk gran. Han oppgir forskjellen til å være 1,0-3,5 %.

V. Kubikktabellene og deres anvendbarhet

Hovedformålet med dette arbeide var å utarbeide funksjoner for kubering av gran på rot til bruk ved EDB-programmering. Men mange praktiske skogbrukere har også bruk for kubikktabeller i sitt arbeid. For å dekke dette behov er det regnet ut og satt opp slike tabeller. Alle volumfunksjoner som er gjengitt i tab. 5 kunne selvfølgelig tabelleres, men det ville ta altfor stor plass og kanskje virke forvirrende. Det er derfor satt opp en tabell for volum med bark (tab. 6) og en for volum uten bark (tab. 7) på grunnlag av henholdsvis funksjon 3, 4 og 5 og funksjon 15, 16 og 17. De forutsettes å skulle dekke hele det geografiske område og alle bestandskategorier. Kubikktabeller med kronehøyde og barktykkelse er utelatt da de for det første ikke ville bli vesensforskjellige fra tab. 6

Tab. 6. Kubikktabell for gran med bark, dm³.

		Høyde over stubben, m — Height above the stump, m															
		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18		
		5	6	7	8	9	10	10	11	12							
	5	6	7	8	9	10	10	11	12								
	6	9	10	12	13	15	16	17	19	20							
	7	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30						
	8	15	17	20	23	26	29	32	35	37	41	43					
	9	18	21	25	28	32	36	40	43	47	51	55	59				
	10	21	25	30	34	39	43	48	53	58	63	68	73	78			
	11		32	38	43	48	53	59	64	69	75	81	86	92			
	12		39	45	51	57	63	69	75	81	87	94	100	106	113		
	13		46	53	59	66	72	79	86	93	100	107	114	121	128		
	14			59	66	74	82	90	98	106	114	123	132	140	149		
	15			65	73	82	91	101	110	120	130	140	150	160	171		
	16				81	91	101	112	123	134	145	157	169	181	193		
	17				88	100	111	123	135	148	161	174	188	202	216		
	18				96	109	121	135	148	163	177	192	207	223	239		
	19				104	118	132	147	162	178	194	210	227	245	262		
	20				112	127	143	159	176	193	211	229	247	267	286		
	21					137	154	171	190	208	228	248	268	289	311		
	22					147	165	184	204	224	245	267	289	312	336		
	23					157	177	197	219	241	263	287	311	335	361		
	24					167	189	211	233	257	281	307	333	359	387		
	25					178	201	224	249	274	300	327	355	383	413		
	26						213	238	264	291	319	348	377	408	439		
	27						225	252	280	309	338	369	401	433	466		
	28						238	267	296	326	358	390	424	458	494		
	29						251	281	312	345	378	412	448	484	522		
	30						265	296	329	363	398	435	472	511	550		
	31								311	346	382	419	457	497	537	579	
	32								327	363	401	440	480	522	564	609	
	33								343	381	421	461	504	547	592	638	
	34									399	440	483	527	573	620	669	
	35									417	460	505	552	599	649	699	
	36									436	481	528	576	626	677	730	
	37									454	502	551	601	653	707	762	
	38										523	574	626	680	736	794	
	39										544	597	652	708	766	826	
	40										566	621	678	736	797	859	
	41										588	645	704	765	828	892	
	42										610	670	731	794	859	926	
	43											694	758	823	891	960	
	44											719	785	853	923	995	
	45											745	813	884	956	1030	
	46											771	842	914	989	1066	
	47												870	945	1022	1102	
	48												899	977	1056	1138	
	49												928	1008	1090	1175	
	50												958	1040	1125	1212	

Diameter med bark i brysthøyde, cm
Diameter including bark at breast height, cm

Volume table for standing trees, Norway spruce including bark, cu.dm.

Høyde over stubben, m — Height above the stump, m

19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
159													
182													
206	219												
230	245												
255	272	290											
281	300	319											
307	327	349	371										
333	356	379	403										
360	385	410	436	463									
387	414	442	470	499									
415	444	474	504	535	568	600							
443	474	506	539	572	607	642							
472	505	539	574	610	647	685	723						
501	536	573	610	648	687	728	769	811					
531	568	607	646	687	729	771	815	860	905				
561	600	641	683	726	770	816	862	909	958	1007	1058		
591	633	675	721	766	813	860	909	959	1011	1063	1116	1171	1227
622	667	712	759	807	856	906	957	1010	1064	1119	1176	1233	1292
654	700	748	797	848	899	952	1006	1062	1118	1176	1236	1296	1358
686	735	785	836	889	943	999	1056	1114	1173	1234	1296	1360	1425
718	770	822	876	931	988	1046	1106	1167	1229	1293	1358	1425	1492
751	805	860	916	974	1034	1094	1157	1220	1286	1352	1420	1490	1561
785	841	898	957	1017	1079	1143	1208	1275	1343	1412	1483	1596	1630
819	877	937	998	1061	1126	1192	1260	1329	1400	1473	1547	1623	1700
853	914	976	1040	1106	1173	1242	1313	1385	1458	1534	1612	1690	1771
888	951	1016	1082	1151	1221	1293	1366	1441	1518	1597	1677	1759	1843
923	989	1056	1125	1196	1269	1344	1420	1498	1578	1660	1743	1828	1915
959	1027	1097	1169	1243	1318	1395	1475	1556	1639	1723	1810	1898	1988
995	1066	1138	1213	1289	1368	1448	1530	1614	1700	1788	1877	1969	2062
1032	1105	1180	1257	1337	1418	1501	1586	1673	1762	1853	1945	2040	2137
1069	1145	1223	1303	1384	1468	1554	1642	1732	1824	1918	2014	2112	2213
1106	1185	1266	1348	1433	1520	1609	1700	1793	1888	1985	2084	2185	2289
1145	1226	1309	1394	1482	1572	1663	1757	1853	1952	2052	2155	2259	2366
1183	1267	1353	1441	1531	1624	1719	1816	1915	2016	2120	2226	2334	2444
1222	1309	1397	1488	1582	1677	1775	1875	1977	2082	2189	2298	2409	2523
1262	1351	1442	1536	1632	1731	1832	1935	2040	2148	2258	2370	2485	2602
1302	1394	1488	1585	1684	1785	1889	1995	2104	2215	2328	2444	2562	2683

Volume table for standing trees, Norway spruce excluding bark, cu.dm.

Høyde over stubben, m — Height above the stump, m

19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
159													
181													
204	217												
227	242												
251	268	286											
275	294	314											
300	321	342	364										
325	347	371	395										
350	375	400	427	453									
376	403	430	459	488									
403	431	461	491	522	554	587							
430	460	492	524	558	592	627							
457	490	523	558	594	630	667	706						
485	520	555	592	630	669	709	749	791					
513	550	588	627	667	708	750	793	838	883				
542	581	621	662	705	748	793	838	885	933	982	1032		
571	612	655	698	743	789	836	884	933	983	1035	1088	1142	1197
601	644	689	734	781	830	879	930	982	1035	1089	1145	1201	1259
631	676	723	771	821	871	923	976	1031	1087	1144	1202	1262	1322
662	709	758	809	860	914	968	1024	1081	1139	1199	1260	1323	1386
693	743	794	847	901	956	1013	1072	1131	1193	1255	1319	1384	1451
724	776	830	885	942	1000	1059	1120	1183	1247	1312	1379	1447	1517
756	811	867	924	983	1044	1106	1170	1235	1301	1369	1439	1510	1583
789	845	904	964	1025	1088	1153	1219	1287	1357	1428	1500	1574	1650
822	881	941	1004	1068	1134	1201	1270	1340	1413	1486	1562	1639	1718
855	916	980	1044	1111	1179	1249	1321	1394	1469	1546	1624	1705	1786
889	953	1018	1086	1155	1226	1298	1373	1449	1527	1606	1688	1771	1856
923	989	1058	1127	1199	1273	1348	1425	1504	1585	1667	1752	1838	1926
958	1027	1097	1170	1244	1320	1398	1478	1560	1644	1729	1816	1906	1997
993	1064	1137	1212	1289	1368	1449	1532	1616	1703	1792	1882	1974	2069
1029	1103	1178	1256	1335	1417	1500	1586	1674	1763	1855	1948	2044	2141
1065	1141	1219	1300	1382	1466	1553	1641	1731	1824	1919	2015	2114	2215
1102	1180	1261	1344	1429	1516	1605	1697	1790	1885	1983	2083	2185	2289
1139	1220	1303	1389	1477	1566	1658	1753	1849	1948	2048	2151	2256	2364
1176	1260	1346	1434	1525	1617	1712	1810	1909	2010	2114	2220	2329	2439
1214	1301	1389	1480	1574	1669	1767	1867	1969	2074	2181	2290	2402	2516
1253	1342	1433	1527	1623	1721	1822	1925	2030	2138	2248	2361	2476	2593

og 7 og for det annet fordi det da trenges hjelpetabeller for korreksjoner etter k og b. Men skal det kuberes trær hvor kronehøyde og barktykkelse avviker betydelig fra verdiene etter funksjon 1 og 2, bør imidlertid funksjon 6 og funksjon 18, brukes.

Kubikktabellene er kontrollert mot grunnmaterialet og kontrollmaterialet hver for seg. Avvikelse fra tabellene er utregnet i prosent pr. diameter- og høydeklasse og satt opp i tab. 8 og 9 for volum med bark. Denne beregning er foretatt etter formelen:
$$\text{Pr.} = \frac{100(\text{VT} - \text{VM})}{\text{VT}}$$
 hvor VT = volum etter tabell og VM = volum etter materialet.

Som det fremgår av tab. 8 gir kubikktabellen med bark (tab. 6) en god kubering av grunnmaterialet. Avvikelsene er stort sett små, og de har ingen systematisk tendens. Pluss- og minus-verdier, dvs. henholdsvis over- og underkubering, forekommer om hverandre i jevn fordeling. Det kan finnes enkelte store avvikelser, men de refererer seg til få eller bare en observasjon (jfr. tab. 4 hvor dimensjonsfordelingen kan finnes).

Tab. 9 — avvikelser fra kontrollmaterialet — viser også stort sett små verdier. Men her er det imidlertid en tendens til systematiske avvikelser, spesielt for dimensjoner med d_{mb} under ca. 23 cm. Tab. 6 gir en overkubering av kontrollmaterialet på 1,9 %. Dette er i og for seg ikke mer enn det som kunne ventes. Som påpekt i kap. II er kontrollmaterialet annerledes sammensatt enn grunnmaterialet, og forklaringen på den systematiske tendens i tab. 9 kan skyldes dette forhold. Kontrollmaterialet har en langt større andel med observasjoner fra Trøndelag og Helgeland, og i avsnittet om funksjoner for ulike landsdeler (kap. IV.A.3) er det vist at funksjonsverdiene for denne landsdel ligger under tilsvarende for Sør-Norge og for hele materialet. Ved en egen undersøkelse av kontrollmaterialet, viste det seg at dette har noe tykkere bark enn grunnmaterialet uttrykt ved funksjon 2. Det er særlig plantningene som skiller seg ut her, og de utgjør hele 38 % av kontrollmaterialet.

Tilsvarende tabeller er utarbeidet for volum uten bark. Stort sett ligner de tab. 8 og 9 både når det gjelder størrelsesordenen på avvikelser og deres systematiske tendens. Dels av den grunn og dels av plasshensyn tas de ikke med her.

I tab. 10 er de totale avvikelser for volum med bark satt opp for de to distrikter og bestandskategorier. Den viser at tab. 6 totalt sett underkuberer grunnmaterialet fra Sør-Norge og overkuberer materialet fra Trøndelag og Helgeland. For kontrollmaterialet viser den en overkubering over hele linjen, minst for naturskog i Sør-Norge. Det synes å være grunn til å redusere verdiene i tab. 6 med 2—3 % når denne brukes i Trøndelag og Helgeland. Dette gjelder også for plantninger nord for polarsirkelen, hvor et mindre materiale

Tab. 10. Avvikelser fra kubikktabell med bark.
Deviations from volume table including bark.

Område og bestandskategori <i>District and stand category</i>	Grunn- materialet <i>Basic data</i>	Kontroll- materialet <i>Test data</i>
Sør-Norge, naturskog <i>South-Norway, natural stands</i>	÷ 0,7	+ 0,9
Sør-Norge, plantninger <i>South-Norway, plantations</i>	÷ 1,7	+ 3,8
Trøndelag og Helgeland, naturskog <i>Mid-Norway, natural stands</i>	+ 2,4	+ 3,2
Trøndelag og Helgeland, plantninger <i>Mid-Norway, plantations</i>	+ 3,7	+ 2,3
Total	+ 0,02	+ 1,9

(752 trær) fikk en total overkubering på 2,4 % ved bruk av tab. 6. Dette materiale har imidlertid ikke større dimensjoner enn $d_{mb} = 26$ cm og $h = 22$ m.

Tab. 10 viser at trær fra plantninger i Sør-Norge snart underkuberes og snart overkuberes med tab. 6, noe som til dels avhenger av oppkvisting og barktykkelse. Det er derfor ingen grunn til å foreslå noen korreksjon her.

De forhold som kommer frem i tab. 10 gjelder også for volum uten bark (tab. 7). For kontrollmaterialet samlet utgjør avvikelsen + 2,0 %, mot + 1,9 % for volum med bark.

Den totale prosentiske avvikelse for trær fra de ulike kroneskikt fremgår av nedenstående oversikt som gjelder volum med bark.

Kroneskikt	Grunnmaterialet	Kontrollmaterialet
1	÷ 0,1	+ 2,0
2	0	+ 1,4
3	+ 0,1	+ 2,1
4	+ 1,1	+ 3,4

Det synes her å være en tendens til overkubering av trær fra lavere kroneskikt, men den er meget liten når disse tall sees i sammenheng med tab. 10. De herskende og medherskende trær synes ikke å bli spesielt under- eller overvurdert ved bruk av tab. 6. En større del av grunnmaterialet stammer, som nevnt i kap. II, fra tynningshogster, men det er neppe grunn til å tro at dette har medført systematiske feil. I så fall skulle tendensen ha vært stikk motsatt etter det som fremgår av HAGBERG's (l.c.) artikkel. Etter den har trær fra de laveste kroneskikt den beste form og skulle følgelig bli underkubert.

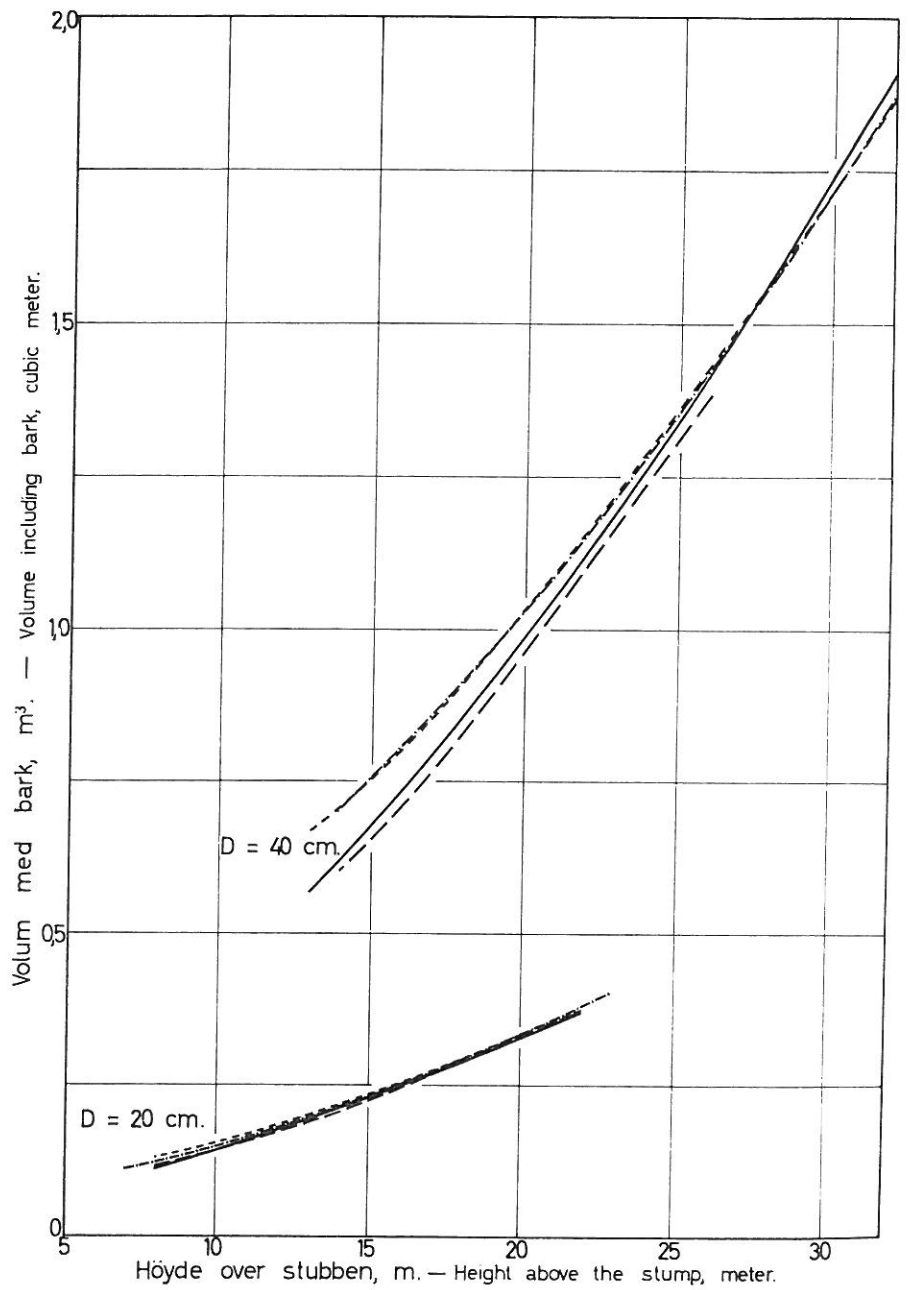


Fig. 4. Sammenligning mellom enkelte kubikk-tabeller for gran med bark.
 — = ny tabell, - - = Eides tabell, - . - . = Näslunds tabell for Nord-Sverige.
 Comparison between some volume tables for Norway spruce. Volume including bark.
 — = the new table 6, - - = Eide (1923 b), - - - = Brantseg (1951) for plantations in West Norway, - . - . = Näslunds (1940) for North Sweden.

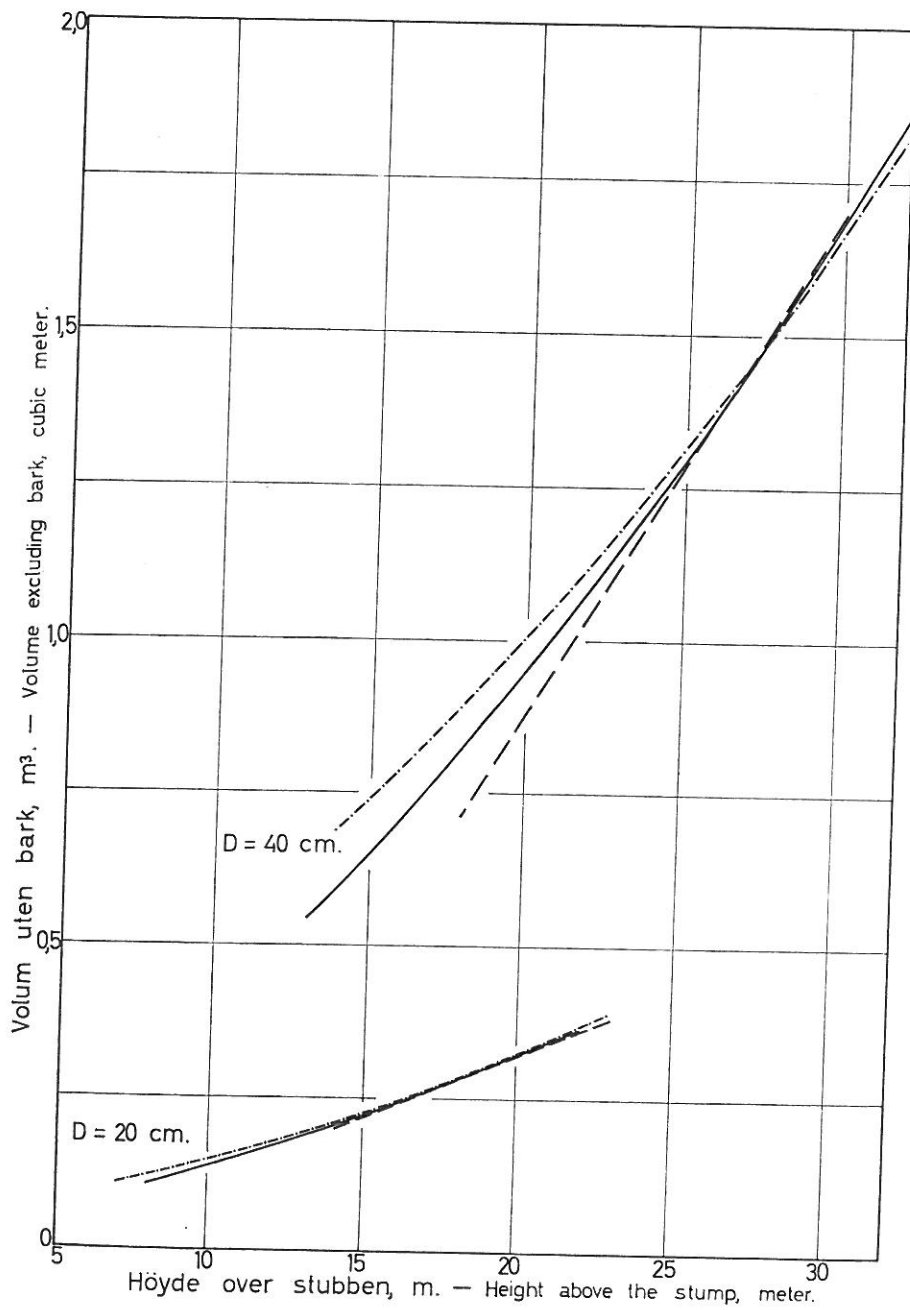


Fig. 5. Sammenligning mellom enkelte kubikk-tabeller for gran uten bark.
 — = ny tabell, --- = Eides tabell, -.-. = Näslunds tabell for Nord-Sverige.
 Comparison between some volume tables for Norway spruce. Volume excluding bark.
 — = the new table 7, --- = Eide (1927), -.-. = Näslunds (1940) for North Sweden.

Det har sin interesse å sammenligne de nye tabeller med andre tabeller fra vårt land og fra Sverige. I fig. 4 er vist eksempel på hvordan tab. 6 — volum med bark — forholder seg til 3 andre tabeller. Sammenlignet med EIDE (1923b) ligger den noe over, særlig for store dimensjoner. Forskjellen er ikke særlig stor. Tabellene for vestnorske plantninger (BRANTSEG 1951) og for nordsvensk gran (NÄSLUND 1940) ligger derimot over den nye tabell, unntagen for trær med særlig stor diameter og høyde. Forskjellen her er noe større. For volum uten bark finnes stort sett samme forhold (fig. 5). De nye tabeller inntar således en mellomstilling.

Funksjonene og dermed kubikktabellene er utledet på grunnlag av enkelttrær og det samme gjelder de refererte residualspreddinger. De tilfeldige feil vil være størst ved kubering av enkelttrær og avta med antall trær, som f.eks. ved kubering av hele bestand eller skoger. Det kan her som ved alle kubikktabeller forekomme systematiske feil ved kubering av de enkelte bestand, som kan ha sitt eget spesifikke volumnivå. Denne systematiske feil kan bringes noe ned ved å anvende de funksjoner som er nevnt for bestandskategorier eller landsdeler, istedenfor kubikktabellene.

VI. Sammendrag

På grunnlag av 8 990 seksjonsmålte prøvetrær er det utledet funksjoner for kubering av gran på rot for området sør for Saltfjellet med unntagelse av de 4 vestlandsfylker.

Volumet (med eller uten bark) er utjevnet direkte med ulike kombinasjoner av brysthøydiameter, høyde, kronehøyde og dobbelt barktykkelse som uavhengige variable.

For hele området samlet gjelder funksjonene 3, 4, 5 og 6 for volum med bark (tab. 5). Det viste seg nødvendig å dele materialet etter dimensjonene, og funksjon 3 gjelder for småtrær inntil 10,0 cm d_{mb} , funksjon 4 for trær mellom 10,1—12,9 cm d_{mb} , funksjon 5 for trær større enn 13,0 cm d_{mb} , når k og b er utelatt og funksjon 6 for de samme dimensjoner når k og b er tatt med. Det er signifikant utslag for k og b , men forbedringen er ikke særlig stor ved å ta de med.

Det er utarbeidet separate funksjoner for naturskog og plantninger, henholdsvis nr. 7 og 8. Disse er signifikant forskjellige, og trær fra plantninger har noe større volum enn trær fra naturskog med samme dimensjon. Det er påvist at plantningene gjennomgående er høyere oppkvistet og har tynnere bark enn naturskogen, og at forskjellen i volum for en del skyldes dette forhold. Funksjon 7 faller imidlertid meget nær sammen med funksjon 5 for hele området.

Videre er det utledet egne funksjoner for Trøndelag og Helgeland (nr. 9, 10

og 11) og for Sør-Norge (nr. 12, 13 og 14). Det ble også her funnet signifikant forskjell. For samme dimensjon har trær fra Trøndelag og Helgeland mindre volum enn trær fra Sør-Norge. Denne forskjellen synes å være konstant når den uttrykkes i prosent. Funksjonene for Sør-Norge avviker lite fra funksjonene for hele området.

For volum uten bark gjelder funksjonene 15, 16, 17 og 18 for hele området.

Kubikktabell for gran med bark er utregnet på grunnlag av funksjonene 3, 4 og 5 og satt opp i tab. 6. Tilsvarende tabell for gran uten bark finnes i tab. 7, og den bygger på funksjonene 15, 16 og 17. Begge tabeller er kontrollert mot grunnmaterialet og et kontrollmateriale på 1 437 trær. Tabellene passer godt på grunnmaterialet (tab. 8 for volum med bark), men ga en liten systematisk tendens for kontrollmaterialet (tab. 9 for volum med bark). Dette antas for en del å bero på sammensetningen av kontrollmaterialet.

De totale avvikelser for to landsdeler og to bestandskategorier er satt opp i tab. 10. Denne viser bl.a. at tab. 6 overkuberer trær fra Trøndelag og Helgeland, og det foreslås at tabellverdiene reduseres med 2—3 % i disse distrikter.

På grunnlag av et mindre materiale (752) fra landsdelen nord for Saltfjellet anbefales det å bruke samme reduksjonsprosent, 2—3 %, også i dette område.

Functions and Tables for Volume of Standing Trees. Norway spruce

The aim of this publication has been to establish functions and tables for volume of standing trees for Norway spruce from that part of the country that lies south of the polar circle, with the exception of four counties in western Norway. Up to now the volume of Norway spruce has been computed by Eides tables (EIDE 1923b and 1927), and in Table 1 is shown the deviation of the basic data in this publication from Eide's tables. Table 1 indicates that Eide's tables still are usable. But the use of modern electronic computers accentuates the need of volume functions, and this work has been done in order to meet this demand. A list of symbols is given in chapter I.

The functions are founded on basic data consisting of 8 990 felled trees with test data of 1 437 felled trees. The regional, altitudal and dimensional distribution of the two sets of data are shown in Tables 2, 3 and 4, respectively. The sample trees are mainly taken from thinnings, but this is not considered a drawback.

Chapter III gives a discussion on the choice of the dependent and independent variables, there being an amount of possibilities according to the literature. It has been decided to compute the volume directly without any converting

to e.g. logarithms, form factors and so on. The factors on which the independent variables are based, ought to be easily measurable in the forest. The choice fell upon diameter at breast height, height above the stump, crown height, i.e. the height up to living crown and double bark at breast height.

In chapter IV the results of the computations are given. Functions 1 and 2 are computed to find the mean k and b when d_{mb} and h are known. The value of k , however, is given the restriction never to be lower than 0.5 m.

There are fitted some regressions for volume including bark (Table 5) and they are tested with the F-test for various purposes. First of all, functions for all dimensions did not fit well for the smaller dimensions (Fig. 1). Therefore there has been developed a function for smaller dimensions up to $d_{mb} = 10.0$ cm (Function 3) and two for dimensions greater than $d_{mb} = 13.0$ cm (Functions 5 and 6). For the interjacent field the Function 4 is constructed by interpolation. Function 6 contains k and b , Function 5 not. The including of k and b is significant, but the improvement is of smaller importance.

Separate functions are fitted for natural stands (Function 7) and plantations (Function 8). They are significantly different as the plantations have some higher values for volume than the natural stands for the same dimensions. This is partly due to a difference in k and b for these two stand categories (Fig. 2 and 3). Function 7 nearly coincides with Function 5.

Likewise separate sets of functions are fitted for each of the two regions into which it is natural to divide the total region, i.e. Mid-Norway (Trøndelag and Helgeland) and South Norway. Functions 9, 10 and 11 refer to Mid-Norway and Functions 12, 13 and 14 to South Norway. The difference between the two sets is significant, and the volume values are highest in South Norway. Functions 9 and 12 apply to smaller, the other to greater dimensions, the limit being at $d_{mb} = 10.0$ cm. Functions 12, 13 and 14 do not differ much from Functions 3, 5 and 6.

Volume excluding bark is determined by Functions 15, 16, 17 and 18 for dimensions up to $d_{ub} = 10.0$ cm, between $d_{ub} = 10.1 - 12.9$ cm, $d_{ub} = 13.0$ cm and greater without k and b and $d_{ub} = 13.0$ and greater with k and b , respectively.

Volume including bark is given in Table 6 by using Functions 3, 4 and 5. Table 7 contains volume excluding bark which is derived from Functions 15, 16 and 17. The two tables are meant to be valid for the whole region and all stand categories. They are tested with the basic and the test data, and the results for Table 6 are shown in Tables 8 and 9. (The results for Table 7 are nearly like those in Tables 8 and 9 and therefore they are not given). Table 8 shows that the basic data are well described by Table 6. The deviations are not great and they do not show a systematic tendency. Table 9 (the test data) has

a slight systematic tendency as there is a trend to more plusvalues (overestimation). This is partly due to the regional distribution of the data, Mid-Norway being more represented in the test data than in the basic data. A small systematic error may be expected by cubing single stands.

Table 10 shows how the volume table (Table 6) fits for the two regions and the two stand categories. Here, it is evident that the values in Table 6 have to be reduced by some 2—3 per cent for use in Mid-Norway. For South-Norway the basic data are underestimated and the test data are somewhat overestimated by the use of Table 6. 752 trees from plantations from the region north of the polar circle were overestimated by 2.4 per cent.

A similar ratio is found for Table 7, i.e. volume excluding bark. The deviations are of the same magnitude as in Table 10, and the systematic tendency also is the same.

The table on page 567 shows the deviations for trees from the different parts of the canopy. (Kroneskikt 1 = dominant trees, 2 = co-dominant trees, and so on. Grunnmaterialet = the basic data. Kontrollmaterialet = the test data).

Fig. 4 and 5 give an impression of Tables 6 and 7, respectively, in relationship to volume tables by other authors. The new tables have here an intermediate position.

Litteratur

- ALTHERR, E. 1960: Die Genauigkeit verschiedener Verfahren der Sektionierung in absoluten und relativen Schaftlängen. — *Allg. Forst—u. Jagdztg* 131: 226—37.
- ARCHER, E. 1920: Om tømmerets form i Glommens og Drammens vassdrag. — *Meddr norske SkogforsVes*, 1.1 : 57—112.
- BERGESTAD, L. 1929: Om tømmerets form i Lågen og Farris vassdrag. — *Ibid.* 3 : 243—69.
- BRAASTAD, H. 1966: Volumtabeller for bjørk. — *Ibid.* 21 : 23—78.
- BRANSEGG, A. 1951: Kubikk- og produksjonsundersøkelser i vestnorske granplantninger. — *Meddr Vestland. forstl. ForsStn* 28 : 1—109.
- 1954: Nye tømmerundersøkelser i Nord-Trøndelag. — *Meddr norske SkogforsVes*, 13 : 89—127.
- 1957: Tabeller for toppmålt tømmer i Trøndelag og Helgeland. — *Tidsskr. Skogbr.* 65 : 259—70.
- 1967: Furu sønnafjells. Kubikktabeller. — *Manuskript*.
- CUNIA, T. 1964: Weighted Least Squares Method and Construction of Volume Tables. — *Forest. Sci.* 10 : 180—91.
- EIDE, E. 1922: Om tømmerets form i Trøndelags vassdrag. — *Meddr norske SkogforsVes*, 1.2 : 29—71.
- 1923 a: Om kubering av staaende skog. I Furuskog. — *Ibid.* 1.3 : 88—133.

- 1923 b: Kubering av staaende skog. II. Granskog. — *Ibid* 1.4 : 15—80.
- 1925 a: Fremgangslinjer ved studium av formutviklingen inden forskjellige skogtyper. — *Ibid*, 1.5 : 14—20.
- 1925 b: Kubering av staaende skog. III Fortsatte undersøkelser over formfaktorens avhengighet av høide og brysthøidediameter i granskog 1.5 : 21—37.
- 1927: Kubering av staaende skog. IV. Granens form innenfor bark. *Ibidem* 2.4 : 5—126.
- 1928: Våre kuberingsmetoders nøiaktighet i nordenfjelsk granskog og fjellskog. — *Tidsskr. Skogbr.* 36 : 457—75.
- FOG, D. og JENSEN, A. 1954: General volume table for beech in Denmark. — *Forst. ForsVæs. Danm.* 21 : 93—137.
- HAGBERG, N. 1939: Hur går höjdkurvan? En jämförande översikt över trädens, beståndens och skogarnas höjdkurvor. — *Skogen* 26 : 288—92.
- HAUGBERG, A. 1927: Undersøkelser av våre kuberingsmåters nøiaktighet og granens form. — *Tidsskr. Skogbr.* 35 : 376—88, 428—47.
- HENRIKSEN, H. A. 1954: Die Holzmasse der Busche. — *Forst. ForsVær. Danm.* 21 : 139—214.
- HONER, T. G. 1965: A New Total Cubic Foot Volume Function. — *For. Chron.* 41 : 476—93.
- ILVESSALO, Y. 1947: Pystypuiden kuutioimistaulukot. (Summary: Volume Tables for Standing Trees). — *Metsätiet. Tutkimuslait. Julk. (Comm. Inst. For. Fenn.)*, 34.4 : 149 pp.
- KUUSELA, K. 1965: A Method for Estimating the Volume and Taper Curve of Tree Stem and for Preparing Volume Functions and Tables. — *Ibid.* 60.2 : 18 pp.
- LANGSÆTER, A. 1924: Kubering av staaende skog. — *Skogeieren* 11 : 147—9.
- LØVENGREEN, J. A. 1935: Undersøgelse over den tidlige og hyppige Udhugnings Virkninger på Rødgranens Vækst. — *Dansk Skovforen. Tidsskr.* 20 : 549—94.
- MATÉRN, B. 1956: On the Geometry of the Cross-Section of a Stem. *Meddn St. Skogs-forskInst* 46.11 : 28 pp.
- MICHAILOFF, I. 1944: Über die Genauigkeit für sektionsweise Stammkubierung. — *Forstwiss. ZentBl. und Tharandt. forstl. Jb. Kriegsgemeinschaftsausg.* 2 : 120—5.
- NÄSLUND, M. 1936: Skogsförsöksanstaltens gallringsförsök i tallskog. Primärbearbetning. — *Meddn St. SkogsförsAnst.* 29 : 1—169 + 74 s. bilag.
- 1940: Funktioner och tabeller för kubering av stående träd. Tall, gran och björk i norra Sverige. — *Ibid.* 32 : 87—142.
- 1947: Funktioner och tabeller för kubering av stående träd. Tall, gran och björk i södra Sverige samt i hela landet. — *Ibid.* 36.3 : 81 pp.
- SCHIFFEL, A. 1899: Form und Inhalt der Fichte. — *Mitt. forstl. VersWes. Öst.* 24 : 139 pp + 7 figurer.
- SCHOTTE, G. 1912: Om gallringsförsök. — *Meddn St. SkogsförsAnst.* 9 : 211—69.
- TIRÉN, L. 1929: Über Grundflächenberechnung und ihre Genauigkeit. — *Ibid.* 25 : 229—304.